

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA  
ESCUELA DE POSTGRADOS  
MAESTRIA EN DOCENCIA E INVESTIGACION UNIVERSITARIA



UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE DERIVADA EN ESTUDIANTES DE  
CÁLCULO DIFERENCIAL POR MEDIO DE LA HERRAMIENTA WINPLOT

Preparado por  
Angela Patricia Portela Cogollo

Bogotá, Colombia

2013

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA  
ESCUELA DE POSTGRADOS  
MAESTRIA EN DOCENCIA E INVESTIGACION UNIVERSITARIA



UN ACERCAMIENTO AL CONCEPTO DE DERIVADA EN ESTUDIANTES DE  
CÁLCULO DIFERENCIAL POR MEDIO DE LA HERRAMIENTA WINPLOT

Preparado por

Angela Patricia Portela Cogollo

Director

Mg. Luis Eduardo Pérez Laverde

Bogotá, Colombia

2013

ACEPTACIÓN

---

JURADO

---

JURADO

---

JURADO

---

DIRECTOR

Muchos son los intentos que diariamente hacemos por crecer,  
por construir un mejor futuro y por edificarnos como personas;  
a mi familia por creer en mí y permitirme el tiempo y  
el espacio para poder dar lo mejor de mí día a día,  
a mi hija, por las largas jornadas de trabajo en que te robe el tiempo;  
a ti que en silencio vives mis afanes,  
que siempre estás ahí y siempre me apoyas.  
A mi director porque a pesar de las adversidades siempre creyó en mí.

## Tabla de contenido

<b>UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA .....</b>	<b>1</b>
<b>1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1 Formulación del problema .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1.1 Pregunta problema.....</b>	<b>13</b>
<b>1.2 Justificación.....</b>	<b>13</b>
<b>1.3 Marco teórico y estado del arte .....</b>	<b>14</b>
<b>1.4 Hipótesis.....</b>	<b>17</b>
<b>1.5 Objetivos .....</b>	<b>17</b>
<b>1.5.1 General.....</b>	<b>17</b>
<b>1.5.2 Específicos .....</b>	<b>18</b>
<b>1.6 Metodología.....</b>	<b>18</b>
<b>1.6.1 Sujetos y fuentes de información .....</b>	<b>19</b>

1.6.2	Descripción del instrumento de recolección de información.....	19
1.6.3	Construcción del instrumento de recolección de información.....	20
1.6.4	Proceso de Codificación .....	22
1.7	Cronograma .....	23
1.7.1	Fase I. Año 2011- 2012.....	23
1.7.2	Fase II. Año 2012 - 2013.....	24
1.8	Resultados e impacto esperado.....	24
1.8.1	Resultados Indirectos de la Investigación.....	25
2	MARCO CONCEPTUAL.....	26
2.1	De las investigaciones en Derivada .....	26
2.2	Tecnología y Representaciones en la enseñanza de las Matemáticas ..	27
2.3	Sobre la interpretación de datos .....	29
2.3.1	Sobre la interpretación de datos estadísticos .....	31
2.4	Psicometría .....	36
2.4.1	Sobre la T.C.T .....	37

2.4.2	Sobre los índices.....	38
3	Desarrollo de la Investigación.....	40
3.1	Sujetos y Momentos de a Investigación .....	40
3.2	Aplicación de los instrumentos.....	43
3.2.1	Construcción y aplicación de la prueba de entrada.....	43
3.2.2	Construcción y aplicación de la prueba diagnóstico.....	45
3.2.3	Construcción y aplicación del instrumento en Winplot.....	45
3.2.4	Aplicación de la prueba de salida.....	46
4	ANALISIS DE RESULTADOS .....	48
4.1	Validación del contenido del instrumento de entrada.....	48
4.2	Prueba Piloto.....	55
4.2.1	Prueba Piloto 1 .....	55
4.2.2	Prueba Piloto 2 .....	58
4.3	Documento Final de la Prueba Piloto.....	61
4.3.1	Validación de expertos .....	61
4.4	Prueba diagnóstico.....	62

4.4.1	Resultados de la prueba diagnostico en el grupo control .....	63
4.4.2	Resultados de la prueba diagnóstico en el grupo experimental.....	67
5.1	Herramienta de trabajo en aula con Winplot .....	71
5.1.1	Aplicación del Instrumento .....	71
5.2	De los estadísticos .....	74
6	CONCLUSIONES .....	77
6.1	Acerca de los Objetivos .....	77
6.1.1	Del Objetivo General .....	77
6.1.2	De los Objetivos Específicos .....	78
6.1.3	Acerca de la Hipótesis .....	80
6.1.4	Con respecto de la Práctica Pedagógica .....	80
	BIBLIOGRAFÍA .....	84
□	Relime v.11 n.2 México jun. 2008 Artículos, La Comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática .....	84
	ANEXOS.....	86

## INTRODUCCIÓN

El estudio de la derivada ha sido abordado de diversas maneras, desde sus inicios y las definiciones propuestas por Lagrange o Cauchy, en donde las ideas son algorítmicas y algo intuitivas; hasta las implementaciones de métodos didácticos en el aula en donde el objetivo es construir conocimiento a través de la experimentación y el contacto directo con los conceptos que en un principio son lejanos a la realidad.

El análisis por medio del concepto de pendiente y recta tangente a un punto, que se realiza desde la geometría, implica el conocimiento y estudio de la derivada. Este análisis exige del estudiante una apropiación de las ideas abstractas en primera instancia; y al docente una aplicación de herramientas que propicien la construcción de conceptos claros, que sean aplicados y extensivos a las diferentes áreas del conocimiento, tal y como lo permite el concepto de derivada; pero que producto de un aislamiento de la idea general con la realidad, genera dificultades de tipo interpretativo en el estudiante.

En relación con estas dificultades mencionadas, en este estudio se pretende identificarlas y construir herramientas para apoyar el proceso interpretativo de la derivada. Para esto se aplican una prueba en la que se considera como herramienta eficaz la construcción geométrica de concepto de la derivada y la implementación de instrumentos en un programa dinámico.

Es prudente contemplar dentro de todo el proceso, el nivel de adquisición que se tiene de las herramientas didácticas, pues es claro que los ambientes virtuales generan mayores motivaciones en los estudiantes a cualquier nivel educativo; por ello se propone el trabajo desde un software libre lo que implica fácil acceso, además este software presenta un lenguaje sencillo para el manejo de los estudiantes.

# CAPITULO 1

---

## 1 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

### 1.1 Formulación del problema

Actualmente la experiencia de ingreso a la educación superior se ha convertido en una oportunidad para que los estudiantes reconozcan aquello que dejaron de aprovechar en su etapa escolar, pues las diferentes políticas educativas y la diversidad en los modelos pedagógicos que direccionan la educación básica, han construido un imaginario en los estudiantes, donde el conocimiento pierde trascendencia y es momentáneo, haciendo la labor de los primeros semestres de educación superior mucho más compleja.

A través de la historia (Pérez Laverde & Angela Patrica, 2012) se ha evidenciado una falencia persistente en la didáctica de las matemáticas, específicamente en la enseñanza del cálculo y para este trabajo el tema de la derivada; puesto que es un concepto que para los estudiantes tanto de básica secundaria como aquellos que terminan un curso de cálculo diferencial, continúa siendo abstracto y puramente algorítmico.

Es pertinente establecer una relación entre la idea conceptual y su representación geométrica para que el estudiante halle verdadero significado a los conceptos desarrollados; además, teniendo en cuenta el momento histórico y tecnológico en el que nos encontramos la hoja de cálculo por su fácil acceso y el software winplot por ser libre, se convierten en una herramienta apropiada para construir conocimiento y para tratar de subsanar la dificultad conceptual que con los métodos tradicionales de enseñanza quedan evidentes en el estudiante.

El paradigma generado a través del tiempo muestra la adquisición del concepto de derivada como un proceso puramente algorítmico y repetitivo. Respecto al tema Arigue (2001 p. 213) afirma que; la enseñanza tradicional del cálculo conduce a los estudiantes a no esforzarse por comprender si no que funcionan mecánicamente. Para tratar de replantear este fenómeno; el concepto de derivada desde el punto de vista geométrico toma un valor trascendente y evalúa el potencial de interpretación que el estudiante puede desarrollar en el proceso de enseñanza aprendizaje, pretendiendo dejar de ver el concepto como un algoritmo e iniciar la interpretación como un proceso dinámico.

### 1.1.1 Pregunta problema

¿Cuáles son las dificultades de los estudiantes del curso de cálculo diferencial al interpretar el concepto de derivada y qué resultados se obtienen al emplear el software winplot dentro del proceso de enseñanza aprendizaje del concepto de derivada?

### 1.2 Justificación

Al experimentar el proceso de enseñanza aprendizaje de la derivada con diferentes grupos del nivel secundaria y de primeros semestres de universidad se puede percibir que existe un notorio abismo entre el concepto y su interpretación; tal y como lo demuestran las diferentes investigaciones que sobre el tema se han realizado hasta ahora; es por esto que al revisar los resultados obtenidos de algunas investigaciones que toman como referentes Artigue (1995) Dolores C. (1998) y Cantoral (2006); entre otros, se evidencia la necesidad de resignificar el concepto de derivada, para lo cual el proceso de enseñanza se debe ver acompañado de alguna herramienta que posibilite el uso de habilidades de interpretación, donde las tecnologías de fácil acceso y el lenguaje virtual que las tics aportan se convierten en una acertada estrategia de comunicación con los estudiantes.

Por lo expuesto, este trabajo pretende identificar las brechas conceptuales en el proceso de aprendizaje y usar el software winplot para estudiar en qué cambian los resultados que se obtienen en dicho proceso, al usar esta herramienta. Para el trabajo con winplot se construyen instrumentos mediante los que se busca posibilitar la interpretación de manera significativa del concepto de derivada, en estudiantes de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios lo cual se explicará en detalle en el apartado de metodología.

Dando posibles estrategias que mejoren el proceso de enseñanza aprendizaje de la derivada se disminuyen los índices de pérdida, se pretende alcanzar un mejor rendimiento académico en el curso de cálculo que se verá reflejada en una motivación para el curso de ecuaciones diferenciales.

La solución de problemas en contexto y la motivación al aprendizaje del cálculo serán una herramienta que favorezca los ambientes de aprendizaje de los estudiantes.

### 1.3 Marco teórico y estado del arte

En relación con el estudio de la enseñanza y aprendizaje del concepto de derivada existen muchos trabajos de investigación sobre los cuales se apoya el presente estudio y entre los que se encuentran Orton A. 1983(investigaciones sobre las

dificultades con respecto a la derivada); Azcárate, 1990 (el lenguaje de las derivadas); Dolores, 1998 (Enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial); Sánchez–Matamoros, 2004(lenguaje de las derivadas y cálculo diferencial); Cantoral y Farfán, 1998 (Variación y cambio); entre otros.

Orton A, sus investigaciones fueron las primeras que sobre el tema aportaron una clasificación de errores en cuanto a distinción y aplicación cometidos por los estudiantes, los cuales obtuvo luego de realizar entrevistas de tipo conceptual.

Sus resultados en cuanto a la clasificación, fueron:

*Estructurales*, relacionados con los conceptos implicados.

*Arbitrarios*, cuando el alumno se comporta arbitrariamente sin tomar en cuenta los datos del problema.

*Manipulación*, si bien los conceptos implicados pueden ser comprendidos.

Azcárate, por su parte el lenguaje variacional y su implicación en el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial e integral, permitiendo establecer que la concepción grafica del estudiante, el modelo empleado al presentar los problemas y las estructuras de resolución diseñadas tanto por el docente como por el estudiante, cumplen un papel trascendente.

Dolores (Pérez Laverde & Angela Patrica, 2012), en sus aportes afirma que el proceso de enseñanza de la derivada está ligado al lenguaje y su interpretación;

además de la implicación fuerte del análisis gráfico; vista la derivada como un punto y relacionando la función derivada, es clara la necesidad de entender el límite como un cociente incremental y sujeto a la variación establecida.

Con estos argumentos teóricos se percibe la necesidad de identificar otros aspectos como el tiempo y dedicación, que se le otorga a un concepto de tanta significancia como lo es el de la derivada, en estudios realizados en la Facultad de Educación de la UADY ; Educación y Ciencia Vol.3, No 9 enero- junio 1994 pag.60-67; se hallaron resultados favorables en la aplicación de un “sistema experto y solucionador de problemas”; como herramienta que desarrollara y aumentara el nivel de rendimiento académico de los estudiantes; se reitera , además; que la EAC “Enseñanza Asistida por Computadora”, no es por si sola una solución a las dificultades en el proceso de aprendizaje, pues son las actividades diseñadas en ella las que proporcionan un índice de mejora y apropiación en el concepto desarrollado.

J. Bernal en Málaga España, por su parte; en sus estudios propuso que es prudente retomar la idea de continuidad y cercanía desde un medio gráfico, para evitar los conceptos apoyados en la imaginación, de ahí que los medios dinámicos tomados le permitieron encontrar que los estudiantes de secundaria apoyados en la geometría, el álgebra y el sentido crítico, construyen concepto bajo la idea de

demostración. La apropiación de ideas intuitivas, construidas con la intención de enlazar la definición formal de derivada, sin el uso de recetas mágicas; es finalmente el propósito de los ambientes dinámicos, que se apoyan en los procesos geométricos.

## 1.4 Hipótesis

1.4.1 El software winplot es una herramienta que le permite al estudiante del curso de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, interpretar significativamente el concepto de derivada desde un punto de vista geométrico.

## 1.5 Objetivos

### 1.5.1 General

Identificar los obstáculos cognitivos presentes en la adquisición del concepto de derivada en los estudiantes y evaluar el software winplot como herramienta para mejorar el nivel de interpretación de la función derivada.

#### 1.5.1.1 Específicos

1.5.1.2 Identificar las dificultades y obstáculos de los estudiantes de cálculo diferencial alrededor de la adquisición del concepto de derivada.

1.5.1.3 Diagnosticar los conceptos previos con los que los estudiantes cuentan para ingresar al curso de cálculo diferencial.

1.5.1.4 Evaluar los resultados alcanzados al implementar la propuesta didáctica diseñada para ser desarrollada en winplot.

### 1.6 Metodología

Este trabajo está enmarcado en una metodología mixta, debido a su carácter experimental aplicado, que presenta variables de tipo cualitativo y cuantitativo; permitiendo evidenciar resultados en la población estudio, de manera tal que los diferentes criterios de estudio son inherentes al proceso de investigación, por cuanto la entrevista a docentes, los instrumentos de aplicación a la población estudio y la elección y elaboración de instrumentos, constituyen estrategias que enmarcan una metodología compuesta de diferentes elementos, que hacen de la investigación una ventana abierta a la posibilidad de mejorar la labor docente en el aula y por supuesto aumentar la disposición de los estudiantes de cálculo

diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios en la adquisición y aplicación de conocimientos en el curso actual y los siguientes.

#### 1.6.1 Sujetos y fuentes de información

La Corporación Universitaria Minuto de Dios trabaja con una filosofía no tradicional en educación superior, cuyo objetivo es “educación de calidad al alcance de todos”; lo que tiene una serie de implicaciones a nivel académico, social y cultural que se han convertido en el reto de la institución.

Los grupos son heterogéneos en sus características académicas ya que para el ingreso no hay clasificación y aunque se ofrece apoyo y constante seguimiento a los estudiantes, es un factor que no se debe desconocer dentro de este trabajo investigativo.

El grupo donde se desarrolla la investigación está conformado por 18 estudiantes de la jornada nocturna de la facultad de Ingeniería del programa de Ingeniería Industrial, es una población con suficiente heterogeneidad lo que no permite establecer una edad específica, pero; si un rango predominante que se halla entre los 20 y 30 años de edad.

#### 1.6.2 Descripción del instrumento de recolección de información

Luego de realizar un estudio de las posibles preguntas que deben estar en capacidad de responder los estudiantes cuando ingresan al curso de cálculo

diferencial se construyó un cuestionario de 29 preguntas de selección múltiple con única respuesta, se toma como referencia los modelos de La Teoría Clásica de los test, TCT; apoyado en la homogeneidad y fiabilidad. Se diseña y elabora un instrumento para percibir los conceptos con los que ingresan los estudiantes al curso de cálculo diferencial, se somete a un análisis desde la propuesta de Francisco Abad en su documento de TCT – Teoría Clásica de los Test- apoyada por la Universidad Autónoma de Madrid; con el propósito de ser lo menos sesgados posibles en los conceptos con los que ingresan los estudiantes al curso de cálculo de la Corporación Universitaria Minuto de Dios.

#### 1.6.3 Construcción del instrumento de recolección de información

En la encuesta aplicada a docentes con una larga trayectoria en el manejo del curso de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, se evidencian las necesidades y los requerimientos que a juicios personales debe tener un estudiante para enfrentarse a la adquisición del concepto de derivada, por lo cual se requiere identificar el nivel académico que tienen los estudiantes y se elabora un instrumento como material inicial, que pretende identificar las falencias en la redacción y/o construcción de las preguntas, de parte del investigador (ver anexo 1). Éste primer material permitió establecer durante la revisión errores de redacción de algunas preguntas, además; de intencionalidad de las preguntas; por

cuanto se construyó un segundo instrumento soportado en el primer trabajo y que se enfoca con mayor precisión a las herramientas cognitivas que el estudiante debe tener para ingresar al curso de cálculo diferencial. Pareciera que el instrumento está finalizado, pero con la intencionalidad de obtener un documento significativo para la investigación se realiza una primera aplicación al curso control, en donde se obtienen unos nuevos resultados a partir de la aplicación del Análisis de Test (TCT); donde el índice de dificultad exigió descartar algunas de las preguntas y en otras al reformular la pregunta se enfoca el objetivo.

Finalmente Se aplica una evaluación de preconcepciones al grupo experimental a través de un cuestionario fruto de todo el proceso descrito al que se le realiza un análisis estadístico, que permite establecer la homogeneidad de las preguntas para efectos de evitar evaluaciones sesgadas en el experimento. Se implementan dos instrumentos que siguiendo la ruta de conceptualización indicada por los maestros encuestados pretenden realizar modelaciones y construcciones geométricas que apunten al concepto menos intuitivo y más real de derivada, develando lo acertado o desacertado de los medios virtuales y dinámicos para la comprensión e interpretación del concepto de derivada.

Al detectar las temáticas se inicia una elaboración de preguntas las cuales son discutidas con expertos en busca de aceptación; en cuanto al grado de dificultad,

la claridad en la redacción, y la pretensión de cada una, el proceso se inicia con 40 preguntas, que se van depurando hasta llegar al número pretendido, esta depuración se realizó con un grupo de las mismas características, lo que permite clasificar y analizar el tipo de respuestas obtenidas, hasta lograr un cuestionario apropiado para el objeto de investigación. Una vez finalizado el instrumento, se realiza un seguimiento de posibles falencias en lo que se requiere y se implementa la exploración de un ambiente gráfico que desde su adquisición no genere dificultades en los estudiantes, aunque parezca difícil de creer el estudiante se rehúsa a percibir la posibilidad de hallar en los medios dinámicos un herramienta de conocimiento eficaz.

Las preguntas obedecen a las temáticas propuestas por los docentes, a quienes se les aplico una encuesta; para detectar los temas con los que suponen, ingresan los estudiantes al curso de cálculo diferencial, contemplando un rango promedio por temática establecida.

#### 1.6.4 Proceso de Codificación

Dentro de la teoría de los test TCT , para realizar el estudio en cada aplicación del cuestionario en análisis, al grupo que denominaremos control, se organizan las respuestas en tablas donde las opciones correctas corresponden a 1 y las incorrectas a 0, para construir el análisis de fiabilidad, homogeneidad y

confiabilidad, esto permite generar un instrumento con un comportamiento normal, dentro de las curvas de distribución estadística. Se aplica dos veces el análisis con la intencionalidad de realizar correcciones de estilo y contenido de cada pregunta, así las preguntas que el test acepta contienen las características esperadas de una manera más asertiva.

## 1.7 Cronograma

### 1.7.1 Fase I. Año 2011- 2012

ACTIVIDADES	A	S	O	N	E	F	M	A	M	J	J
Identificación del problema	*	*	*								
Formulación de la pregunta			*	*							
Recopilación y revisión preliminar de información					*	*	*	*			
Definición del problema, justificación, hipótesis, objetivos y metodología						*	*	*	*		
Identificación de dificultades y obstáculos de los estudiantes alrededor del concepto de derivada desde la óptica docente (encuesta)										*	*
Revisión de bibliografía construcción del estado del arte								*	*	*	*

### 1.7.2 Fase II. Año 2012 - 2013

ACTIVIDADES	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	E	F	M	A
Diseño y aplicación de una propuesta didáctica de la enseñanza de la derivada usando winplot	*	*	*	*	*									
Evaluación de la propuesta didáctica a través de un instrumento						*	*							
Recolección de datos						*	*							
Análisis de resultados							*	*						
Participación en eventos 2ºencuentro Meta-matemática Universidad Sergio Arboleda									*					
Elaboración de artículo									*	*	*			
Elaboración informe de investigación										*	*	*	*	
Comité sustentación														*

### 1.8 Resultados e impacto esperado

Teniendo en cuenta la metodología propuesta por el sistema Uniminuto, y considerando las reflexiones realizadas por los docentes en los diferentes

espacios académicos, con esta investigación se busca conocer algunas de las dificultades más comunes en los estudiantes de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, al ingresar al curso de cálculo diferencial, además; construir una unidad didáctica que permita desarrollar en los estudiantes el concepto de la derivada, desde el punto de vista geométrico; apoyada en una herramienta tecnológica que para el caso corresponde al software winplot.

### 1.8.1 Resultados Indirectos de la Investigación

Con este trabajo se verán beneficiados los estudiantes, pues con la implementación de un programa como herramienta didáctica se permite la construcción de conocimiento por medio de la exploración del mismo; los docentes, ya que se proporcionan instrumentos de evaluación para el curso de cálculo diferencial en tres momentos, al iniciar, durante y al finalizar el proceso de enseñanza aprendizaje del concepto de derivada. Todo el sistema Uniminuto se verá beneficiado, dado que la herramienta pretende identificar el uso de la TIC'S como mecanismo de solución a las dificultades de conceptualización de los estudiantes de cálculo diferencial.

# CAPITULO 2

---

## 2 MARCO CONCEPTUAL

### 2.1 De las investigaciones en Derivada

La evolución que el estudio de la derivada ha observado, obedece a las nociones de variación y razón de cambio que experimenta una partícula, para lo cual se emplean estrategias de medición y cuantificación que permiten la construcción de reglas en esos fenómenos dinámicos.

Newton y Leibniz relacionaron dos grandes problemas hallados durante el siglo XVII; el primero que hace referencia a la mecánica y el estudio del movimiento y el segundo que obedece a la búsqueda de la recta tangente a una curva dada , un análisis geométrico .

Gracias al método de representación en coordenadas, se percibe con claridad la dependencia entre dos variables; situación que proporcione con claridad, el comportamiento de los cuerpos en diferentes circunstancias, donde las variadas

representaciones de la función y la derivada se relacionan desde su origen histórico y analítico.

## 2.2 Tecnología y Representaciones en la enseñanza de las Matemáticas

Los ambientes dinámicos, como se conocen a las herramientas tecnológicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la derivada, proporcionan argumentos sobre las representaciones y conceptos que los estudiantes emplean para interpretar y comprender el concepto que se esté desarrollando. Así, la importancia del papel que tienen las representaciones estriba en que se asume que los significados de los conceptos son construidos a través del uso de los signos (D'Amore, 2006; Radford, 2000). Este tipo de afirmaciones exige replantear y estudiar las representaciones e ideas que construyen los estudiantes a través de los procesos geométricos, donde la interpretación se evidencia gráficamente y se construye por medio de ideas concretas.

Existen varias investigaciones que sobre el tema arrojan la necesidad de describir la reorganización cognitiva de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas (Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, Wheatley, Trigatti & Perlwitz, 1991); de ahí la importancia de construir un proceso de interpretación que permita evidenciar la estructura cognitiva que el estudiante emplea para comprender el concepto de

derivada y ayudarle realizando interpretaciones dinámicas, para lo cual el software winplot se constituye en una herramienta apropiada.

Es posible retomar las ideas planteadas en estudios previos (Sierpinska 1985, Cantoral 1988, Vinner 1992) que revelan una comprensión razonable de los algoritmos en los estudiantes pero serias dificultades en la conceptualización y más aun en la aplicación del concepto de derivada y de límite, como idea previa al concepto de derivada de una función.

La idea de una recta estática que represente la tangente en un punto y el proceso de relación propio de la construcción de las rectas secantes, entre sí; es la problemática constante en los estudiantes de cálculo diferencial, evidenciada en la experiencia docente y en las diversas investigaciones que sobre el tema se han desarrollado, por cuanto las tecnologías abren una puerta a la dinamización de los conceptos y las ideas que se soportaron durante muchas décadas en las interpretaciones imaginarias.

Los resultados que ofreció el trabajo de Aspinwall et al. (1997) sobre la capacidad de Tim para discriminar gráficamente una función y su derivada; mostraron que el estudiante era un experto al aplicar reglas para determinar derivadas, mientras que utilizaba soporte visual cuando resolvía problemas y prefería hacerlo así, aunque su habilidad para pensar sobre un problema fue obstaculizada por una

imagen mental incorrecta que asociaba a la idea de derivada para algunas funciones. Relime v.11 n.2 México jun. 2008.

Los procesos algorítmicos basados en herramientas proporcionadas por el álgebra conducen a la interpretación numérica, que se constituye en un proceso repetitivo, y por necesidad la geometría permite realizar análisis en puntos de una función pero sólo por medio de la dinamización se evidencia el acercamiento de las rectas secantes a la recta tangente, es así como el software winplot probablemente permita dar significado a los algoritmos y construir ideas que se evidencien en la aplicación del concepto de la derivada en situaciones concretas.

### 2.3 Sobre la interpretación de datos

Para interpretar los datos de esta investigación hay que reparar en varios aspectos de la posición de Krutetskii (1976), quien distingue tres tipos de habilidades matemáticas en el nivel escolar:

- Analítica: Predomina la componente lógico–verbal
- Geométrica: Prevalece la componente pictórico–visual
- Armónica: Equilibrio de las dos componentes. En esta última se distinguen dos subtipos:

– *Armónica abstracta*: Sí puede usar soporte visual en la resolución de problemas, pero no es el preferido.

– *Armónica pictórica*: Sí puede usar soporte visual en la resolución de problemas y prefiere hacerlo así. Revista latinoamericana de investigación en matemática Educativa *versión impresa* ISSN 1665-2436 Relime v.11 n.2 México jun. 2008

Aunque obedece a análisis de estudiantes en edad escolar, estas categorías delimitan los aspectos que se evidencian en el estudio y apropiación del concepto de derivada, para cualquiera que fuere su uso, en el momento de realizar una aplicación; que es finalmente el objeto de interpretar dicho concepto.

Esta investigación puede arrojar variables de tipo cuantitativo y cualitativo; el trabajo con un software implica valorar no solo el conocimiento si no, también, las características del entorno dinámico y la accesibilidad al mismo; a lo que con certeza se puede asegurar que es propicio debido a que es un software libre, con un lenguaje sencillo y una presentación amena y creativa, para el estudiante.

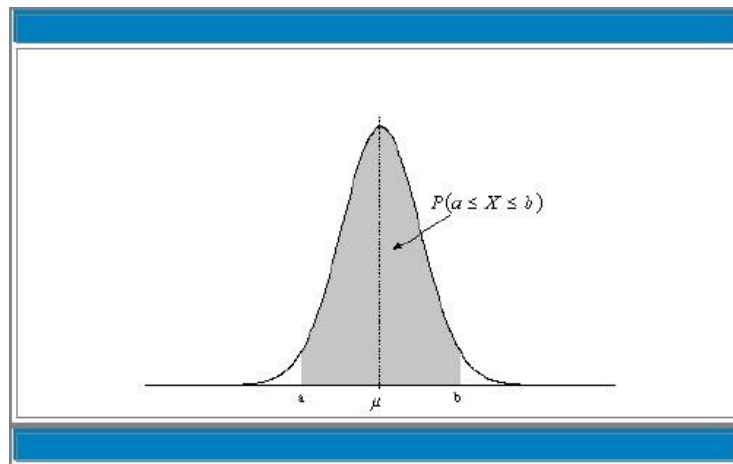
Las TICS se constituyen en una herramienta fundamental dentro del proceso de formación profesional pues optimizan los tiempos, en la adquisición de los conceptos y en especial el concepto de la derivada, además; es evidente que en el entorno que vivimos actualmente, la velocidad con la que la información se

transmite implica que en las aulas el conocimiento no sea estático, por el contrario se presente como algo tangible y práctico, posible de ser explorado.

### 2.3.1 Sobre la interpretación de datos estadísticos

Para demostrar la hipótesis se emplearan los siguientes estadísticos de prueba:

- Distribución normal: representada por la campana de Gauss y es un estadístico que soportado en el promedio de los datos y sus correspondientes varianzas, los distribuye y permite indicar la probabilidad de ocurrencia de un evento.



Tomada de <http://es.scribd.com/doc/6784181/Distribucion-Normal-o-de-Gauss>

#### Propiedad

Si  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  entonces  $E(X) = \mu$  y  $V(X) = \sigma^2$ . De lo anterior, cuando  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  se dice  $X$  se distribuye normal con

**media**  $\mu$  y **varianza**  $\sigma^2$ . Por tanto, la **desviación estándar** de  $X$  será  $\sigma$ . La forma de la campana de Gauss depende de los parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$ . La media ( $\mu$ ) indica la posición de la campana, de modo que para diferentes valores de  $\mu$  la gráfica es desplazada a lo largo del eje horizontal. Por otra parte, la varianza ( $\sigma^2$ ) determina el grado de dispersión de la curva con respecto a la media  $\mu$ . Cuanto mayor sea el valor de  $\sigma^2$  más se dispersarán los datos en torno a la media y la curva será más plana o achatada. Un valor pequeño de  $\sigma^2$  indica, por tanto, una gran probabilidad de obtener datos cercanos al valor medio de la distribución y el gráfico de la curva se concentrará más alrededor de la media ( $\mu$ ). Como se deduce de lo anterior, no existe una única distribución normal, sino una familia de distribuciones con una forma común, diferenciadas por los valores de su media y su varianza.

Tomado de <http://es.scribd.com/doc/6784181/Distribucion-Normal-o-de-Gauss>

- Prueba de hipótesis para el cociente de varianzas: Se plantea una prueba de hipótesis a dos colas, con una distribución  $F$ . El propósito de éste estadístico es identificar si existe igualdad o diferencia en la varianza de los

resultados obtenidos en la prueba aplicada al grupo experimental y el control, al iniciar y al finalizar la investigación.

En la prueba de una hipótesis estadística, es costumbre declarar la hipótesis como verdadera si la probabilidad calculada excede el valor tabular llamado el nivel de significación y se declara falsa si la probabilidad calculada es menor que el valor tabular. La prueba a realizar dependerá del tamaño de las muestras, de la homogeneidad de las varianzas y de la dependencia o no de las variables. Si las muestras a probar involucran a más de 30 observaciones, se aplicará la prueba de Z, si las muestras a evaluar involucran un número de observaciones menor o igual que 30 se emplea la prueba de t de student. La fórmula de cálculo depende de si las varianzas son homogéneas o heterogéneas, si el número de observaciones es igual o diferente, o si son variables dependientes.

Para determinar la homogeneidad de las varianzas se toma la varianza mayor y se divide por la menor, este resultado es un estimado de la F de Fisher. Luego se busca en la tabla de F usando como numerador los grados de libertad  $(n-1)$  de la varianza mayor y como denominador  $(n-1)$  de la varianza menor para encontrar la F de Fisher tabular. Si la F estimada es menor que la F tabular se declara que las varianzas son homogéneas. Si por el contrario, se declaran las varianzas

heterogéneas. Cuando son variables dependientes (el valor de una depende del valor de la otra), se emplea la técnica de pruebas pareadas.

Tomado de [aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/mod/resource/view.php](http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/mod/resource/view.php).

- Prueba de hipótesis para diferencia de medias: es el estadístico que permite establecer si los promedios de las pruebas aplicadas son iguales o no y por medio del cual se acepta o se rechaza la hipótesis nula y la hipótesis alternativa, planteadas en el proceso de investigación.

Prueba de hipótesis para la diferencia de medias, si las muestras se obtienen de poblaciones con distribución normal, con varianzas poblacionales conocidas, la estadística de trabajo es la expresión:

$$Z_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1)$$

Regla de Decisión

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$  ó  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > k$  se tiene una prueba de hipótesis a dos colas, por lo tanto, el nivel de significancia ( $\alpha$ ) se divide en dos partes iguales, quedando estos valores en los extremos de la distribución.

$Z_{\alpha/2}$  y  $Z_{1-\alpha/2}$  pertenecen a una distribución Normal estándar. Si el valor de la estadística de trabajo está entre  $Z_{\alpha/2}$  y  $Z_{1-\alpha/2}$  no se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza  $H_0$  lo cual implica aceptar  $H_1$ . Es decir:

$$\text{si } Z_{\alpha/2} < Z_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} < Z_{1-\alpha/2} \text{ no se rechaza } H_0$$

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$  ó  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 > k$ , se tiene una prueba de hipótesis a una cola superior, quedando el nivel de significancia ( $\alpha$ ) en la parte superior de la distribución  $Z_{\alpha/2}$  pertenece a una distribución Normal estándar. Si el valor de la estadística de trabajo es menor que  $Z_{1-\alpha/2}$  se acepta la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza  $H_0$  lo cual implica aceptar  $H_1$ . Es decir:

$$\text{si } Z_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} < Z_{1-\alpha} \text{ no se rechaza } H_0$$

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$  ó  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 < k$ , se tiene una prueba de hipótesis a una cola inferior, quedando el nivel de significancia ( $\alpha$ ) en la parte inferior de la distribución.

$Z_{\alpha}$  pertenece a una distribución Normal estándar. Si el valor de la estadística de trabajo es mayor que  $Z_{\alpha}$  no se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza  $H_0$  lo cual implica aceptar  $H_1$ . Es decir:

$$\text{si } Z_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} > Z_{\alpha} \text{ no se rechaza } H_0$$

## 2.4 Psicometría

Emplea la estadística como herramienta fundamental para dar respuesta a

los problemas de Psicología; empleando métodos y técnicas específicas de medición. Recurre con frecuencia a diferentes núcleos temáticos propios de la psicometría, entre los que se encuentran:

Teorías de la Medición: Tienen como objetivo establecer las condiciones y propiedades de las asignaciones numéricas que pueden realizarse. Abad; 2006.

Escalamiento: Plantea modelos y técnicas que miden con rigurosidad características psicológicas.

Teorías de los Test: Analiza los beneficios de los test psicológicos, realizando mediciones de tipo cuantitativo.

#### 2.4.1 Sobre la T.C.T

Es una propuesta de análisis psicométrico, que tuvo sus orígenes en Spearman; quien en un primer momento pretendía incluir en los modelos matemáticos los posibles errores, en la medición de los resultados de test psicológicos. La propuesta de Spearman permite el surgimiento de la Teoría de Respuesta al Ítem (TRI) como como herramienta para tratar de solucionar las inquietudes que quedaron en un primer momento por la TCT.

Considerando la propuesta de Francisco J Abad, en su texto de Introducción a la Psicometría la construcción de un Test debe experimentar las fases de:

1. Definición del constructo
2. Construcción del test provisional
3. Aplicación a una muestra
4. Análisis de ítems
5. Estudio de la fiabilidad del test
6. Estudio de la validez del test
7. Baremación

De la primera a la cuarta fase, se involucran procesos de habilidad lógica, que pretenden identificar la estructura y contenidos del test. En la quinta y sexta fase

se determina la fiabilidad por medio de la precisión y la validez a través de la practicidad del test. En la séptima fase se interpreta una puntuación específica con la del grupo tomado como muestra .Francisco J Abad. 2006.

#### 2.4.2 Sobre los índices

##### 2.4.2.1 Índice de Dificultad

Valora numéricamente el grado de dificultad de una pregunta, por tanto solo tiene validez para cuestionarios de rendimiento óptimo.

Para esta clasificación se emplea como referente la tabla de Bazán, que establece los rangos de los valores que se deben obtener al aplicar los estadísticos de análisis.

<b>Índice de dificultad</b>	
MF: Muy Fácil	$MF \geq 0,75$
F: Fácil	$0,55 \leq F < 0,75$
N: Normal	$0,45 \leq N < 0,55$
D: Difícil	$0,25 \leq D < 0,45$
MD: Muy Difícil	$MD < 0,25$

Tabla No. 1

##### 2.4.2.2 Índice de Homogeneidad

También conocido como índice de discriminación, se define como la correlación de Pearson entre las puntuaciones, del número de elementos en cada ítem y las

puntuaciones totales del Test. Para lo que se tiene en cuenta la siguiente clasificación, Liliana 2012; USA. Colombia

<b>Índice de Homogeneidad</b>	
P: Pésima-descartar	P<0
PD: Pobre-Descartar	0<=PD<0,2
RR: Regular-revisar	0,2<=RR<0,29
BM: Bueno-Mejorar	0,29<=BM<0,39
C: Conservar	C>=0,39

Tabla No. 2

#### 2.4.2.3 Índice de Validez

Es una correlación que se hace con unos criterios diferentes al del Test, entre el número de elementos de cada ítem y los nuevos criterios de validación dados.

La finalidad del índice de validez es establecer la precisión del test con respecto del tema que se pretende evaluar.

# CAPITULO 3

---

## 3 Desarrollo de la Investigación

El proceso investigativo se da en el marco de la propuesta educativa de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, bajo el principio de “Educación de calidad al Alcance de Todos”, con el método Praxeológico. Este método se presenta de una manera activa donde el maestro y la comunidad educativa permanecen en una constante reflexión de sus prácticas. Esta estrategia permite reconocer la constante necesidad de proporcionar estrategias didácticas, encaminadas a mejorar el rendimiento académico.

### 3.1 Sujetos y Momentos de a Investigación

En este proceso se recurre a los docentes quienes conocen la propuesta de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, pues dadas las características de la función social la homogeneidad en conocimientos de los estudiantes no es ciertamente una herramienta propia del sistema Uniminuto; por ello a través de una encuesta simple a docentes, se permite delimitar las herramientas cognitivas con las que un estudiante de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, luego de recibir el curso de pre cálculo, debe llegar al curso de cálculo diferencial; con el propósito de plantear la investigación, así:

Primer momento: Se elabora un cuestionario que se aplica al grupo control, llámese así; al grupo que no desarrolla actividades en el software y que teniendo las mismas características sirve como grupo de aplicación de las pruebas piloto para el cuestionario de ingreso al curso e identificación de las debilidades, cognitivas con las que ingresan al curso de cálculo diferencial.

Se aplica la prueba piloto en dos oportunidades, la primera evidencia errores de redacción e interpretación, donde según la teoría escogida TCT, se analizan las recomendaciones de Rendimiento Óptimo del test; se busca evitar los conceptos triviales o excesivamente complejos, las preguntas no deben tener la respuesta de manera implícita, minimizar el tiempo de lectura y evitar el uso de negaciones. Lo anterior con el propósito de eliminar sesgos innecesarios en los resultados de la identificación de debilidades conceptuales, con las que llegan los estudiantes al curso de cálculo diferencial.

En la segunda aplicación de la prueba piloto se realiza el análisis de ítems; Índice de dificultad, Índice de Homogeneidad e Índice de Validez; esto permite clasificar las preguntas en rangos dado el grado de dificultad; el análisis del Índice de Homogeneidad permite verificar que la prueba mide los conceptos que se pretenden en la aplicación del test y el Índice de Validez confirma el rasgo que se

pretende medir en la prueba, descartando aquellas preguntas que no cumplen la finalidad del cuestionario.

Luego de realizar el estudio psicométrico del test, se valida con un experto (ver anexo 7) y se aplica al grupo experimental con el fin de establecer los conceptos con los que ingresan los estudiantes al curso e identificar las dificultades presentes al iniciar el proceso de adquisición del concepto de derivada.

Segundo momento: recurriendo a los conceptos con los que cada estudiante cuenta y a las herramientas proporcionadas durante la primera etapa del curso, se aplica el instrumento de Diagnóstico de los grupos de trabajo, control y experimental; una prueba de 20 preguntas, que pretende verificar el estado de interpretación del concepto en la primera etapa de la adquisición, es decir; antes del trabajo con winplot; éste examen está directamente enlazado con el cuestionario de pre conceptos, aplicado con anterioridad; pues supone que con la intervención de winplot en el proceso de enseñanza aprendizaje, del concepto de derivada, se superaran las dificultades halladas en la prueba de entrada.

De manera alterna se trabaja en la construcción de una unidad didáctica en tres temas ejes:

1. Funciones: esta temática apunta a las competencias de identificación de la notación de funciones matemáticas en situaciones prácticas, la clasificación de las mismas y solución de inquietudes en el entorno winplot.
2. Derivadas: en este tema se desarrolla la competencia de inferencia de las variaciones gráficas; en busca del concepto de razón de cambio y la aplicación de las reglas de la derivación en la solución de ejercicios asociados a la realidad. Procesos íntimamente ligados a las representaciones geométricas del concepto.
3. Aplicación de las Derivadas: se apunta a la aplicación de las reglas algorítmicas de solución de las derivadas, en busca de la interpretación del concepto de derivada en el ambiente winplot, estableciendo criterios de análisis geométrico del concepto de deriva.

### 3.2 Aplicación de los instrumentos

#### 3.2.1 Construcción y aplicación de la prueba de entrada

Esta prueba se construye a partir de los temas planteados por los docentes entrevistados en la primera etapa de la investigación, se revisa en tres momentos y se obtiene como material final un test de 25 preguntas que permite identificar de manera puntual debilidades conceptuales en los estudiantes que ingresan al curso de cálculo diferencial.

Después de desarrollar este trabajo (ver anexo 3) en el aula; se realiza el correspondiente análisis de identificación de dificultades, en los pre conceptos para ingresar al curso de cálculo diferencial.

La intención de identificar las dificultades está asociada a la necesidad de evaluar el proceso de conceptualización de la derivada antes, durante y después de la intervención del software winplot.

Retomando algunos trabajos anteriores a éste entre ellos, Relime v.11 n.2 México jun. 2008, La Comprensión de la Derivada como objeto de Investigación en Didáctica de la Matemática; se afirma que las herramientas básicas de la matemática para el cálculo, constituyen un factor determinante en el proceso de aprendizaje de los nuevos conceptos, por ende la identificación de estas dificultades puede proporcionar a esta investigación herramientas decisivas para el análisis de resultados en la aplicación de winplot, como una herramienta tecnológica importante en la enseñanza aprendizaje de la derivada.

Es prudente reconocer que la herramienta tecnológica, sin un buen nivel de conceptualización básico, constituirá una dificultad más; dado que el lenguaje de cualquier herramienta en matemáticas exige unos previos indiscutibles, para el caso corresponden a las temáticas necesarias como los mínimos para ingresar al curso de cálculo diferencial.

### 3.2.2 Construcción y aplicación de la prueba diagnóstico

Esta prueba se construye a partir de los temas identificados en la prueba de entrada y apuntando a los conceptos mínimos en cuanto al concepto de derivada, con los que un estudiante cuenta desde su etapa escolar hasta el segundo semestre aprobado para ingresar al curso de cálculo diferencial.

Se construye un test de 20 preguntas con única respuesta, el cual se aplica al inicio y al finalizar el curso, luego de la intervención del software en el proceso de enseñanza aprendizaje de la derivada.

El proceso de aprendizaje de la derivada con el software winplot se realiza desde un punto de vista geométrico, que es la debilidad de mayor incidencia en los estudiantes del curso de cálculo diferencial y que se supone deben tener los estudiantes desde su primer acercamiento a la derivada de una función.

### 3.2.3 Construcción y aplicación del instrumento en Winplot

Esta guía de trabajo se construyó en etapas la primera estuvo ligada al acercamiento de los estudiantes al software donde finalmente se decidió no crear una nueva guía para la exploración del programa y en cambio aplicar el material de Silvia Ibarra Olmos de la Semana Regional de Investigación y Docencia en

Matemáticas – 2011, la cual realiza una propuesta desde el software y permite una exploración consiente del programa, además de algunos otros tutoriales hallados en internet como Guía Rápida de Winplot – 2011.

Después de abordar el tema del conocimiento del programa, la atención se enfocó en la redacción de las instrucciones en las actividades , debido a que para los estudiantes al desarrollar la guía debe ser concreto y apuntar al tema que se pretende abordar con el uso del software; de éste ejercicio se plantearon dos instrumentos el primero contenía tres actividades las cuales mostraron debilidades en cuanto al tema a trabajar con el programa winplot (anexo 4) y el segundo finalizó arrojando una sola guía, la cual se desarrollaría en mínimo dos sesiones de clase apuntando al objetivo del uso del software en el concepto de derivada.

#### 3.2.4 Aplicación de la prueba de salida

Luego de desarrollar la guía de trabajo con winplot y realizar ejercicios de aplicación e interpretación en clase y extra clase, se procede a aplicar nuevamente el test de entrada con la intención de analizar la incidencia del programa, en el aprendizaje de la derivada desde el punto de vista geométrico y su aplicación algorítmica.

A los resultados obtenidos al aplicar esta prueba, se les realiza el análisis psicométrico y se emplea una prueba de hipótesis final para dar los resultados de la investigación.

# CAPITULO 4

---

## 4 ANALISIS DE RESULTADOS

### 4.1 Validación del contenido del instrumento de entrada

Al iniciar el proceso de investigación se aplicó una encuesta a docentes con larga trayectoria en la cátedra de cálculo diferencial en la Corporación Universitaria Minuto de Dios. Los resultados obtenidos de dicha encuesta permiten esclarecer las habilidades cognitivas, que a juicio del docente deben poseer los estudiantes para ingresar al curso de cálculo diferencial en la Corporación Universitaria Minuto de Dios.

El grupo encuestado es de 15 maestros, entre ellos hay 3 con formación en Física 2 con Especialización en Matemáticas, 4 con Especialización en Docencia Matemática y 6 con grado de Maestría en Matemáticas; lo que permite confiar en el aporte que estas personas realizaron a esta investigación.

Respuestas de docentes a encuesta

(ver anexo 1)

<b>Pregunta No. 1</b>	<b>Opciones sugeridas</b>	<b>No. De docentes que sugieren el tema</b>	<b>Porcentaje De docentes entrevistados</b>
1. Dentro de su experiencia como docente mencione el tema de mayor relevancia para iniciar el proceso de aprendizaje de la Derivada en un curso de cálculo diferencial.	<b>Función</b>	<b>13</b>	<b>86%</b>
	<b>Variación conjunta</b>	<b>4</b>	<b>26%</b>
	<b>Límites</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>
	<b>Pendiente</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>
	<b>Recta tangente</b>	<b>10</b>	<b>66%</b>
	<b>Modelación</b>	<b>9</b>	<b>60%</b>

Tabla No. 3

Se evidencia que los docentes requieren herramientas cognoscitivas específicas, en los conocimientos que los estudiantes deben manejar para iniciar el proceso de enseñanza aprendizaje de la derivada. Entre los que se encuentran los límites con un 100% y la pendiente en igual porcentaje 100%; por lo que es correcto

afirmar que si se realiza una exploración significativa del concepto de límite, se estarían proporcionando herramientas sólidas como pre concepto a la derivada, en estudiantes del curso de cálculo diferencial.

Además; a través de este resultado, se corrobora la necesidad del curso de pre cálculo, donde los conceptos de algebra y matemática básica, constituyen un conocimiento primordial para los cursos avanzados de las carreras de ingeniería, teniendo en cuenta; que el curso de pre cálculo se dicta en primer semestre y el curso de cálculo diferencial se dicta en el tercer semestre.

Dentro de los resultados obtenidos es confuso el conceptos de variación conjunta referido por el 26% de los docentes, pues se podría afirmar que hace referencia al concepto de razón de cambio ligado directamente con el concepto de pendiente en una curva; el cual es significativamente importante en el proceso de aprendizaje e interpretación de la derivada

<b>.Pregunta No. 2</b>	<b>Opciones sugeridas</b>	<b>No. De docentes que sugieren el tema</b>	<b>Porcentaje de docentes entrevistados</b>
2. En su práctica docente de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, plantee el tema de mayor dificultad para los estudiantes de Calculo diferencial	<b>Límites</b>	<b>10</b>	<b>66%</b>
	<b>Análisis gráfico</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>
	<b>Aplicaciones</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>
	<b>Técnicas de integración</b>	<b>1</b>	<b>6.6%</b>

Tabla No. 4

El 100 % de los encuestados afirman que los temas de mayor dificultad son el análisis gráfico y las aplicaciones, lo que es muy coherente en la práctica; pues obedece a los procesos de interpretación de la derivada. También es representativo establecer que en el concepto de límite los estudiantes presentan falencias, con 66% de los encuestados presentando el tema como de mayor dificultad; dado que es un proceso de representación geométrica lo que permite realizar la interpretación algorítmica clara.

Considerando el método Praxeológico del sistema Uniminuto, las prácticas docentes exigen una continua revisión de los procesos de enseñanza aprendizaje, permitiendo establecer que el aporte de los docentes tiene un valor significativo en ésta investigación y en los procesos de enseñanza aprendizaje de los estudiantes. Llama la atención que un docente encuestado responda que las técnicas de integración forman parte de los temas de mayor dificultad; se puede establecer que no conoce la renovación del programa académico para cálculo; realizado a partir del segundo semestre de 2012 y que separo el programa en cálculo diferencial y cálculo integral lo que antes se llamaba calculo integro diferencial.

<b>Pregunta No. 3</b>	<b>Opciones sugeridas</b>	<b>No. De docentes que sugieren el tema</b>	<b>Porcentaje de docentes entrevistados</b>
3. Indique los preconceptos con los cuales un estudiante debe llegar al curso de cálculo diferencial.	<b>Inecuaciones</b>	<b>8</b>	<b>53%</b>
	<b>operaciones básicas entre racionales</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>
	<b>Raíces</b>	<b>5</b>	<b>33%</b>
	<b>Factorización</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>

Tabla No. 5

Un 100% de los encuestados solicita como pre concepto la factorización y las operaciones entre números racionales, por cuanto las inecuaciones toman una posición significativa entre los temas requeridos para ingresar al curso de cálculo diferencial, lo que se ve reflejado en la encuesta con un 53% de los encuestados. De manera reiterada se observa en los requerimientos de los docentes para ingresar al curso de cálculo diferencial la necesidad manejar ampliamente los conceptos básicos en matemáticas, con la intención de lograr una interpretación de conceptos asociada a los procesos algorítmicos correctos.

<b>Pregunta No. 4</b>	<b>Opciones sugeridas</b>	<b>No. De docentes que sugieren el tema</b>	<b>Porcentaje de docentes entrevistados</b>
4. Señale una estrategia pedagógica que permita mejorar el nivel de comprensión en la enseñanza de la derivada	<b>Resolución de ejercicios</b>	<b>8</b>	<b>53%</b>
	<b>implementación de TIC'S</b>	<b>15</b>	<b>100%</b>
	<b>Solución de ejercicios de aplicación</b>	<b>8</b>	<b>53%</b>
	<b>Ejercicios en el tablero</b>	<b>6</b>	<b>40%</b>

Tabla no. 6

Se hace notar el interés de los docentes por explorar en herramientas tecnológicas, que permitan hacer del proceso de enseñanza aprendizaje una experiencia significativa para el estudiante; lo que se refleja con un 100% de los encuestados asegurando que una estrategia pedagógica eficaz, pueden ser las TIC'S.

La necesidad de practicar y ejercitarse en un conocimiento matemático sobresale en diferentes modalidades, un 53% con solución de ejercicios, otro 53% con solución de ejercicios de aplicación y un 40% con ejercicio de tablero.

Estos resultados evidencian la necesidad de implementar herramientas de trabajo motivadoras en el aula, con el ánimo de generar en el estudiante interés por practicar los conocimientos adquiridos y con la seguridad que solo se aprende matemáticas en la medida que hay un acercamiento permanente.

Siguiendo estos resultados y con la intención de construir el instrumento de entrada para el grupo experimental, se toman como referente inecuaciones, factorización, funciones y límites; como conocimientos necesarios para lograr una buena conceptualización e interpretación del concepto de derivada.

El instrumento que se aplica a los estudiantes, éste posee preguntas referentes a cada uno de estos temas propuestos (ver anexo 2), pues es probable que las dificultades de interpretación del concepto de derivada, se hallen en los pre

conceptos con los que los estudiantes inician la exploración del concepto de la derivada.

## 4.2 Prueba Piloto

### 4.2.1 Prueba Piloto 1

Es un cuestionario de 21 preguntas (ver anexo 2) que se aplica al grupo control en una muestra de 12 estudiantes. Evalúa los temas sugeridos por los docentes, como pre conceptos al ingreso del curso de cálculo diferencial en la encuesta realizada.

De éste instrumento se seleccionaron 19 preguntas, dado que el estudio de psicometría realizado a las respuestas dadas permite excluir, bajo la categoría de muy difícil a las preguntas 3, 14 y 16; teniendo en cuenta que se busca una distribución normal de la clasificación de las preguntas en el test.

El grafico muestra el grado de dificultad presentado en cada pregunta del test.

#### 4.2.1.1 Índice de Homogeneidad

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
-0	0,5	0	0,1	0,5	0,5	0,8	0,6	0,7	0,2	-0	0,5	0	0	0,9	0	0,1	0,4	0	0,4	0,4
P	C	NV	PD	C	C	C	C	C	RR	P	C	NV	NV	C	NV	PD	C	C	C	C

La primera fila representa las preguntas, la segunda fila el valor obtenido en el índice de homogeneidad y la tercera la clasificación de acuerdo a la tabla No. 2.

En este análisis se puede establecer que el 57,14% de las preguntas del test deben ser conservadas; el 9,52% están bajo la clasificación de pésimas; el 9,52% en la clasificación de pobre descartar y el 4,76 % de las preguntas del test están en el rango de revisar su redacción, finalmente el 0% en el rango de buena mejorar se encuentra el 0% de las preguntas aplicadas en esta primera prueba. La pregunta 3, 14, y 16 serán descartadas por hallarse en el rango de muy difíciles, con un índice de dificultad que no es significativo para este cuestionario; la pregunta 15 por hallarse en el rango de muy fácil igual será descartada.

Los anteriores resultados invitan a realizar una revisión del test con el ánimo de establecer un nivel de preconceptos muy claro para los estudiantes del curso de cálculo diferencial y con el propósito de que el material se pueda continuar aplicando para los siguientes cursos.

#### 4.2.1.2 Índice de dificultad

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
0,3	0,5		0,4	0,8	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,2	0,8	1,0		0,4		0,4	0,4	0,3	0,9	0,4	
0	0	-	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	-	0	0	0	0	0	
D	N	M	D	MF	F	F	F	F	F	M	MF	MF	M	D	M	D	D	D	D	MF	D

El 14,28% de las preguntas del test se encuentran en el rango de muy difíciles, se cuenta con un 33,33% del test en el rango de difícil, un 23,80% del cuestionario en el rango de fácil y un 19,04 % de las preguntas en el rango de muy fácil.

Para que la distribución conserve la tendencia a una distribución normal requerimos descartar las preguntas 13, 14 y 16, por encontrarse en el rango de muy difíciles y ningún estudiante haberle dado respuesta; además, la pregunta 13 por estar en el rango muy fácil con un porcentaje de respuesta acertada del 100% de los estudiantes, dado que su redacción hace demasiado obvia la respuesta correcta.

En este primer momento se evidencia la necesidad de realizar modificaciones en el test, por cuanto el material busca ser perfeccionado a modo de generar un instrumento de posible aplicación a grupos siguientes.

#### 4.2.1.3 Índice de Fiabilidad

A través de este estudio se confirma la consistencia de las preguntas, pues ellas deben responder a una intencionalidad y objetivo claro.

Este índice afirma o niega en gran medida, los resultados obtenidos por el análisis de dificultad y homogeneidad; para lo que se requiere obtener unos valores

superiores de 0,7 si es apenas aceptable y si se desea una fiabilidad alta se requiere que sea un valor superior al 0,85.

El valor de fiabilidad es de 0,7677 lo que proporciona al primer test un valor de fiabilidad aceptable, aunque se evidencia la necesidad de realizar modificaciones las mismas que fueron evidentes en el estudio de dificultad de las preguntas.

#### 4.2.2 Prueba Piloto 2

De la prueba piloto 1 se seleccionaron 19 ítems a los cuales se le realizaron correcciones de estilo y contenido; se incluyeron 6 preguntas, quedando éste nuevo cuestionario de 29 preguntas (ver anexo 3) aplicadas al grupo control.

Dentro del análisis realizado de las respuestas, se identifican dificultades conceptuales en funciones, definición de límites y resolución de inecuaciones.

Los resultados obtenidos en la identificación de dificultades, corroboran la necesidad de identificar cuáles son los conceptos de menor dominio en los estudiantes que ingresan al curso de cálculo diferencial y permiten tomar como referente el cuestionario final para aplicar una prueba diagnóstico, en los

siguientes cursos de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, proporcionando datos específicos a los docentes titulares del curso.

#### 4.2.2.1 Índice de Homogeneidad

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	0	0	-	0	0	0	0	-		0	0	-	0	-	
P	P		B	P		P					R			P	B			P		B					B			P
D	D	C	M	D	C	D	C	C	C	C	R	C	P	D	M	P	C	D	C	M	C	P		C	M	P	C	P

Luego de realizar las correspondientes revisiones y los ajustes pertinentes se evidencia en estos resultados que la pregunta 24 se debe descartar por hallarse en el rango de muy difícil, con un índice de homogeneidad por fuera de los establecidos como aceptables para este tipo de cuestionario (ver tabla No. 2). Además, las preguntas 5, 15, y 19 se hallan en el rango de pobre descartar; por lo tanto se eliminaron del test; las demás preguntas se revisaron identificando en la pregunta 29 un índice de homogeneidad negativo debido a un error de redacción, el cual se corrige.



ingresar al curso de cálculo diferencial, poniendo en evidencia los temas que se deben reforzar y preparar para alcanzar los objetivos del curso.

Por lo anterior se obtiene un alpha de cronbach de 0,6212, que aunque no es muy alto es apropiado, dadas las características del cuestionario y los resultados obtenidos en cada ítem.

### 4.3 Documento Final de la Prueba Piloto

Tomando como referente los instrumentos anteriores y dando respuesta a cada uno de los temas desarrollados en los test, se seleccionaron 25 preguntas (ver anexo No. 4) que permiten discriminar las dificultades que tienen los estudiantes de cálculo diferencial al ingresar al curso.

#### 4.3.1 Validación de expertos

Se le presento el instrumento a los docentes que se entrevistaron al iniciar la investigación y se les consulto la pertinencia de cada una de las preguntas realizadas, en cada ítem tuvieron la oportunidad de aportar su opinión seleccionando la opción si ó no es pertinente la pregunta (ver anexo 5) para evaluar las dificultades presentes en los estudiantes al ingresar al curso de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios.

#### 4.4 Prueba diagnóstico

Se aplicó a los estudiantes del grupo experimental conformado por 16 estudiantes y al grupo control de 13 estudiantes; un instrumento de 20 preguntas que corresponden a los conceptos de derivada que un estudiante de cálculo diferencial debe entender dados los preconceptos establecidos como necesarios al ingresar al curso de cálculo diferencial en la Corporación Universitaria Minuto de Dios y que permiten establecer el nivel de apropiación del concepto de derivada que tienen los estudiantes antes de iniciar el trabajo con winplot .

Este instrumento fue validado con los docentes que dictan el curso, lo que permite establecer una alta confiabilidad de la herramienta pues obedece a los mínimos no negociables del concepto de derivada en su interpretación algorítmica y geométrica.

Por lo expuesto anteriormente se aplicó al inicio y al finalizar del experimento.

Esta prueba se aplica antes de iniciar el trabajo con winplot y después de realizar el trabajo con el software. Se realizaron los comparativos al iniciar el trabajo con el software para identificar la variabilidad que tenían los grupos, en cuanto al dominio de los temas planteados en el cuestionario; nuevamente se realizó el análisis

comparativo al finalizar para establecer la modificación en los resultados después de la intervención de la estrategia metodológica propuesta.

#### 4.4.1 Resultados de la prueba diagnóstico en el grupo control

En la siguiente tabla se muestran los resultados en la prueba diagnóstica para el grupo control, los cuales se referencian según el método de TCT (Teoría Clásica de los Test) evaluando con 1 las preguntas con respuesta acertada y con cero las preguntas con respuesta errada.

### Respuestas Del grupo Control a la Prueba Diagnóstico al iniciar la investigación

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	d	a	c	d	c	c	c	d	d	b	b	b	c	b	c	c	a	a	c	b
2	d	d	d	a	b	d	d	a	d	c	b		c	c	d	c	a	d	c	b
3	d	a	a		c	b	c	a	c	c	b	c	c	c	d		a		b	a
4	b	a	c	a	c	a	c	c	a	c	a	a	b	b	d	c	d	c	a	a
5	c	c	c	b	d	b	c	b	c	b	a	d	b	c	d	a	a	c	d	d
6	d	a	a	c	c	a	c	a	b	d	b	a	c	c	d	b	d	d	a	b
7	a	a	a	b	b	d	c	a	d	a	b	a	b	c	d	c	d	b	c	a
8	a	c	d	d	c		c	a	d	a	b	a	c	d	c	b	a	d	b	d
9	d	b	a	a	c	c	b	c	d	a	b	a	b	b	d	a	d	b	d	b
10	a	a	c	a	c	a	c	c	a	c	a	a	c	b	d	c	d	c	a	d
11	d	a	a	c	c	a	c	a	b	d	b	a	c	c	d	b	d	d	a	b
12	a	a	a	b	b	d	c	a	d	a	b	a	b	c	d	c	d	b	c	a
13	d	c	d	d	c		c	a	d	a	b	a	c	d	c	b	a	d	b	d

Tabla No. 7

De acuerdo a los anteriores resultados se establece la tabla de total de respuestas acertadas y total de respuestas erradas por estudiante, en la prueba diagnóstico de entrada para el grupo control, así:

**Sumatoria de las respuestas por estudiante  
en la prueba diagnóstico del grupo Control al iniciar la investigación**

Sujetos	Respuestas acertadas	Respuestas erradas
1	6	14
2	4	16
3	6	14
4	16	4
5	7	13
6	7	13
7	8	12
8	3	17
9	8	12
10	14	6
11	8	12
12	8	12
13	4	16

Tabla No. 8

De los datos presentados se obtiene un promedio de 8 preguntas con respuesta acertada y un promedio de 12 preguntas con respuesta errada.

Los resultados muestran de manera clara que en el grupo control falta dominio del concepto derivada y evidencia la pertinencia de la propuesta metodológica.

### Respuestas Del grupo Control a la Prueba Diagnóstico al finalizar la investigación

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
3	1	1	0		1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1		0		0	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
5	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
6	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
7	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0
8	1	0	0	0	1		1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
11	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
12	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0
13	1	0	0	0	1		1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla No. 9

De acuerdo a los anteriores resultados se establece la tabla de total de respuestas acertadas y total de respuestas erradas por estudiante, en la prueba de diagnóstico de salida para el grupo control, así:

**Sumatoria de las respuestas por estudiante  
en la prueba diagnóstico del grupo Control al finalizar la investigación**

Sujetos	Respuestas acertadas	Respuestas erradas
1	7	3
2	4	16
3	7	13
4	17	3
5	9	11
6	9	11
7	9	11
8	4	16
9	8	12
10	17	3
11	9	11
12	9	11
13	4	6

Tabla No. 10

De los datos presentados se obtiene un promedio de 8,69 preguntas con respuesta acertada y un promedio de 9.76 preguntas con respuesta errada.

#### 4.4.2 Resultados de la prueba diagnóstico en el grupo experimental

En la siguiente tabla se muestran los resultados de la prueba diagnóstico para el grupo experimental; teniendo en cuenta que es éste el grupo con el que se implementó la herramienta tecnológica winplot. Los resultados se referencian según el método de TCT (Teoría Clásica de los Test) evaluando con 1 las preguntas con respuesta acertada y con cero las preguntas con respuesta errada.

#### Respuestas Del grupo Experimental a la Prueba Diagnóstico al iniciar la investigación.

##### Método T.C.T

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0			0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		0	0	1	1	0	0	0	0
3	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	1
4	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
5	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
6	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
7	1	1	0	1	0	0		0	0	1	0		1	0	1	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	1		1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0
11	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
12	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0
13	1	0	0	0	1		1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
15	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1
16	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Tabla No. 11

De acuerdo a los anteriores resultados se establece la tabla de total de respuestas acertadas y total de respuestas erradas por estudiante, en la prueba de diagnóstico de entrada para el grupo experimental, así:

**Sumatoria de las respuestas por estudiante  
en la prueba diagnóstico del grupo Experimental al iniciar la investigación**

ujetos	Respuestas acertadas	Respuestas erradas
1	5	15
2	3	17
3	5	15
4	15	5
5	9	11
6	9	11
7	8	12
8	3	17
9	6	18
10	14	6
11	8	12
12	7	13
13	4	16
14	15	5
15	8	12
16	6	18

Tabla No. 12

De los datos presentados se obtiene un promedio de 7,8 preguntas con respuesta acertada y un promedio de 12,6 preguntas con respuesta errada.

Los resultados muestran de manera clara que en el grupo experimental no maneja el concepto derivada y evidencia la pertinencia de la propuesta metodológica.

**Respuestas Del grupo Experimental a la Prueba Diagnóstico al finalizar la investigación. Método T.C.T**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1			0	0	0	1
2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
3	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0		0	1
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
5	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
6	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
7	1	1	0	1	0	0		0	0	1	0		1	0	1	1	1	0	0	1
8	1	0	0	0	1		1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
11	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
12	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
13	1	0	0	0	1		1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
15	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1
16	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1

Tabla No. 13

De acuerdo a los anteriores resultados se establece la tabla de total de respuestas acertadas y total de respuestas erradas por estudiante, en la prueba de diagnóstico de salida para el grupo experimental, así:

**Sumatoria de las respuestas por estudiante  
en la prueba diagnóstico del grupo Experimental al finalizar la investigación**

Sujetos	Respuestas acertadas	Respuestas erradas
1	8	12
2	5	15
3	7	13
4	18	2
5	9	11
6	10	10
7	9	11
8	6	14
9	10	10
10	19	1
11	10	10
12	10	10
13	6	14
14	18	2
15	9	11
16	10	10

Tabla No. 14

De los datos presentados se obtiene un promedio de 10,25 preguntas con respuesta acertada y un promedio de 9,75 preguntas con respuesta errada.

Los resultados muestran que el grupo experimental mejoro en el manejo del concepto de derivada y evidencia la pertinencia de la propuesta metodológica.

#### 4.5 Herramienta de trabajo en aula con Winplot

##### 4.5.1 Aplicación del Instrumento

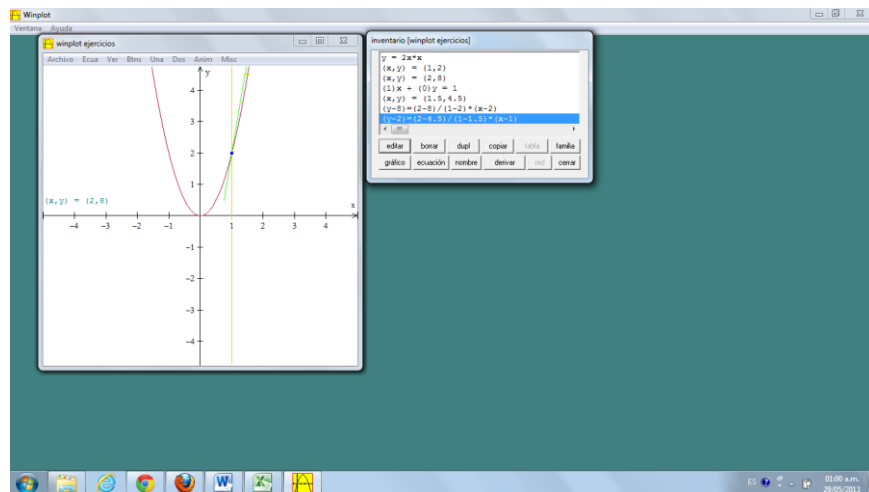
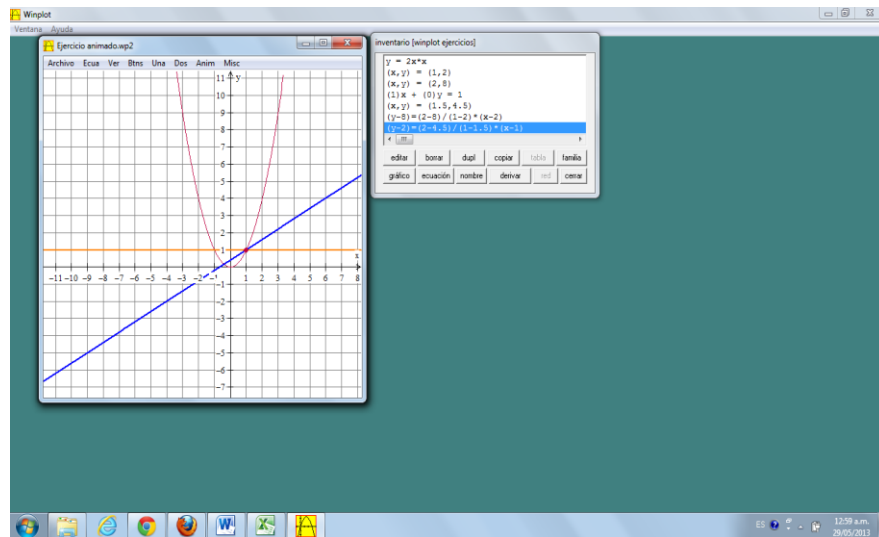
Se inicia con una guía (ver anexo 6) diseñada para explorar el ambiente winplot y reforzar los conceptos básicos de funciones, gráficos y operaciones con números reales; el material permitió despejar las inquietudes de los estudiantes en cuanto al lenguaje del programa y a los comandos e instrucciones en el momento de graficar.

El interés de los estudiantes permitió reconocer el ambiente winplot y de manera espontánea se motivaron a elaborar material, para continuar aplicando el programa en torno a los conceptos trabajados (ver anexo 7); lo que evidenció interés por el trabajo siguiente.

Se realizaron construcciones lineales y cuadráticas, los estudiantes exploraron el concepto de punto sobre la curva, recta tangente y manipularon la ventana de

inventario para realizar análisis que de manera convencional, es decir; con lápiz y papel generarían más tiempo.

A continuación se muestran algunos ejemplos del trabajo realizado en clase

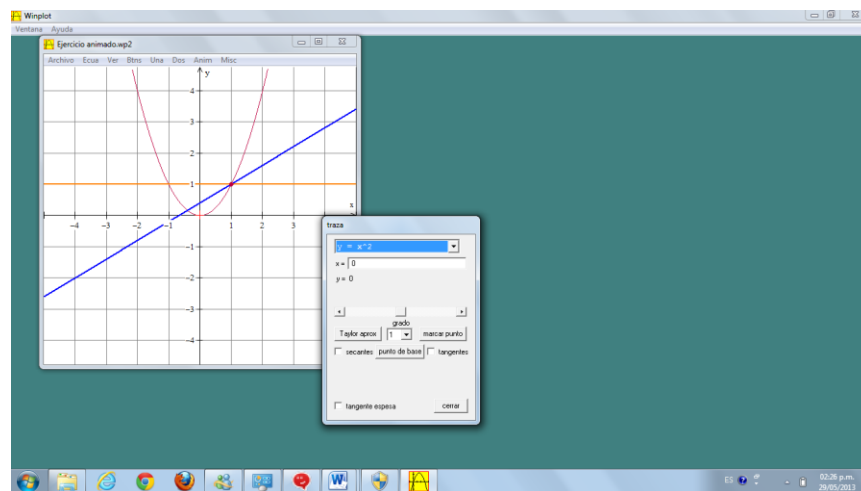


Luego de realizar esta exploración en la siguiente clase se inicia la aplicación de la guía (ver anexo 8) que introduce de manera analítica el concepto de derivada para los estudiantes del curso de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios.

Se emplea la idea de punto sobre la curva para construir el concepto de recta tangente y recta secante; además, se realizaron construcciones sobre las cuales se identificaron las relaciones existentes entre coordenadas con el ánimo de construir el concepto de razón de cambio.

El concepto de derivada se construye a partir del ejercicio interpretativo geométrico que el ambiente winplot de manera sencilla permite realizar.

Se plantea emplear la opción Una + traza para hacer las interpretaciones con la barra de identificación de la recta secante



#### 4.6 De los estadísticos

Las siguientes tablas muestran los resultados de los estadísticos aplicados

Resultados de los estadísticos para la prueba diagnóstica, aplicada al iniciar el proceso de aprendizaje de la derivada, con la intervención del software winplot únicamente con el grupo experimental, el grupo control trabajó con la metodología tradicional en el aula sin apoyo de un software dinámico.

Al iniciar el proceso se evidenció que los dos grupos se encontraron en igualdad de condiciones, en cuanto a los conceptos con los que se enfrentaron al proceso de aprendizaje de la derivada.

#### Prueba T (ENTRADA GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL)

Estadísticos de grupo

	GRUPO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
NOTA	"GRUPO CONTROL"	13	7,69	3,706	1,028
	GRUPO EXPE	16	7,81	3,902	,976

Prueba de muestras independientes

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
								Inferior	Superior
Se han asumido varianzas iguales	,227	,638	-,084	27	,933	-,120	1,425	-3,044	2,804
NOTA No se han asumido varianzas iguales			-,085	26,292	,933	-,120	1,417	-3,031	2,791

Prueba diagnóstica aplicada al finalizar la intervención del software, con el grupo experimental y el grupo control. Evidencia que el grupo experimental sufrió una mejoría en los resultados de los promedios en la prueba, pero éstos resultados no son suficientemente significativos para que el estadístico arroje una aceptación de la hipótesis inicial.

Estadísticos de grupo

(SALIDA GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL)

	GRUPO	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
NOTA	"GRUPO CONTROL"	13	8,69	4,191	1,162
	GRUPO EXPE	16	10,25	4,328	1,082

Prueba de muestras independientes

	Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
								Inferior	Superior
Se han asumido varianzas iguales	,227	,638	-,084	27	,933	-,120	1,425	-3,044	2,804
NOTA No se han asumido varianzas iguales			-,085	26,292	,933	-,120	1,417	-3,031	2,791

# CAPITULO 5

---

## 5 CONCLUSIONES

### 5.1 Acerca de los Objetivos

#### 5.1.1 Del Objetivo General

Objetivo General: Identificar los obstáculos cognitivos presentes en la adquisición del concepto de derivada en los estudiantes y evaluar el software winplot como herramienta para mejorar el nivel de interpretación de la función derivada.

Se dio cumplimiento a éste objetivo dado que se identificaron las dificultades de los estudiantes al ingresar al curso de cálculo diferencial, a través de la prueba piloto aplicada al iniciar el proceso investigativo.

Con los estadísticos aplicados al iniciar este trabajo de investigación se evidenció que los grupos control y experimental se encontraban en un nivel similar, en cuanto al manejo del concepto de derivada.

Sabiendo que la prueba diagnóstico fue aplicada al grupo control y al experimental, después de aplicar las actividades con la herramienta winplot, se halló una mejoría en los resultados de los promedios en la prueba diagnóstico del

grupo experimental, aplicada al finalizar el proceso; según como se muestra en los resultados de las tablas número 8 y 10 con respecto del grupo control; además de las tablas números 12 y 14 con respecto del grupo experimental.

Lo anterior verifica que la herramienta puede proporcionar elementos necesarios para un buen aprendizaje del concepto de derivada en estudiantes de cálculo diferencial.

#### 5.1.2 De los Objetivos Específicos

- Identificar las dificultades y obstáculos de los estudiantes de cálculo diferencial alrededor de la adquisición del concepto de derivada.
- Diagnosticar los conceptos previos con los que los estudiantes cuentan para ingresar al curso de cálculo diferencial.
- Evaluar los resultados alcanzados al implementar la propuesta didáctica diseñada para ser desarrollada en winplot.

Se dio cumplimiento a los tres objetivos trazados considerando que:

- Se lograron determinar los obstáculos de los estudiantes al ingresar al curso de cálculo diferencial, debido a que se obtuvo un test que evidencia

las dificultades de los estudiantes en los pre conceptos para el tema de la derivada específicamente.

- A través de la encuesta realizada a docentes, se lograron establecer con claridad los conceptos que un estudiante de cálculo diferencial requiere para iniciar y alcanzar una interpretación geométrica del concepto de derivada.
- Es de anotar que como elemento extra, en el proceso de identificación de los conceptos previos para el aprendizaje de la derivada, fue notoria la aceptación que tienen las herramientas tecnológicas en el aprendizaje del concepto de la derivada, para los docentes de la Corporación Universitaria Minuto de Dios.
- El proceso evaluativo se realizó con los estadísticos apropiados, como un proceso de evaluación cuantitativa; de igual manera, se realizó el análisis cualitativo, evidenciando que aunque los promedios cambian con valores no muy diferentes, existe la mejoría después de la intervención de la herramienta didáctica con respecto de los promedios obtenidos al iniciar.
- Al evaluar el proceso, se percibe que a medida que los estudiantes se familiarizan con las herramientas tecnológicas, pueden lograr unos índices

más altos en los promedios de aprendizaje esperados; como lo mostró el grupo experimental con respecto del grupo control.

### 5.1.3 Acerca de la Hipótesis

Hipótesis: El software winplot es una herramienta que le permite al estudiante del curso de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, interpretar significativamente el concepto de derivada desde un punto de vista geométrico.

La hipótesis debe ser rechazada dados los estadísticos aplicados. Aunque se evidenciaron cambios en el promedio del grupo experimental, luego del trabajo con winplot; no fueron suficientemente altos como para permitir que la hipótesis sea aceptada.

### 5.1.4 Con respecto de la Práctica Pedagógica

- ❖ El aprendizaje del concepto de derivada desde un punto de vista geométrico, le permite al estudiante establecer análisis que le dan sentido a los procesos algorítmicos, realizados mecánicamente.

- ❖ La construcción de instrumentos que le permitan al docente identificar las debilidades conceptuales con las que un grupo inicia un curso, es una estrategia metodológica apropiada, en la búsqueda de mejorar los niveles de calidad de la educación superior, en la Corporación Universitaria Minuto de Dios.
- ❖ Es indispensable que los estudiantes se familiaricen con los aprendizajes dinámicos, entendidos así; como aquellos que se presentan a partir de las TIC'S y que permiten una verdadera interpretación de los conceptos adquiridos, para el caso es el concepto de la derivada.
- ❖ A través de la aplicación de los instrumentos se perciben dificultades conceptuales, que en gran medida pueden desvirtuar el trabajo con la herramienta winplot, como se afirmó al principio de la investigación; la dificultad para lograr un verdadero acercamiento al concepto de derivada está muy ligada a los conceptos con los que los estudiantes ingresan al curso de cálculo diferencial.
- ❖ Es necesario realizar un trabajo fuerte con los estudiantes que toman el curso previo al de cálculo diferencial, debido a que éstas herramientas cognitivas constituyen factor decisivo para alcanzar el objetivo en el curso.

- ❖ Llama enormemente la atención que los docentes muestran interés por el proceso y de igual manera los estudiantes; por cuanto el trabajo de aula exige una intensificación de parte del docente y una interacción mayor de los estudiantes con los conceptos planteados. De modo que cada concepto impartido en el aula toma mayor significado acompañado de un entorno dinámico como winplot, experimentando una mayor apropiación del proceso geométrico y algorítmico.
- ❖ Se evidenció que en los grupos control y experimental hubo una significativa deserción, pero en el grupo experimental se detuvo en el momento en el que los estudiantes observaron una propuesta metodológica asociada a las Tic's

## 5.2 Proyección de la investigación

Los resultados obtenidos en esta investigación, permiten evidenciar que el tiempo es un factor decisivo en la aplicación de cualquier herramienta que innove en el trabajo de aula.

Constituye un fundamento sólido para continuar un trabajo de doctorado buscando dar respuesta a preguntas como:

- ❖ Por medio de ambientes dinámicos ¿es el tiempo una limitante significativa en los procesos de enseñanza aprendizaje de la derivada?
- ❖ ¿Es la actitud del estudiante, un factor determinante en los procesos de enseñanza aprendizaje de la derivada; cuando se emplean metodologías diferentes a las convencionales en el aula?
- ❖ ¿La deserción de los estudiantes de cálculo diferencial, está ligada directamente a los métodos desarrollados por los maestros en las aulas de la Corporación Universitaria Minuto de Dios?
- ❖ ¿En grupos de cálculo diferencial de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, la permanencia de los estudiantes está ligada a las herramientas tecnológicas empleadas por los maestros, en aula?

## BIBLIOGRAFÍA

- Engler.A y Vrancken, S. (2013). Estudio de la derivada desde la variación y el cambio.
- Análisis histórico - epistemológico. *UNION, revista iberoamericana de educación matemática*. (Vol. 33, pp. 53-70).
- Sánchez, G., García, M. y Llinares, S. (2008). La comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. (Vol. 11). México.
- Araya, r. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas.
- *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. (vol. 3, pp. 1114). Universidad nacional de Bogotá, Colombia.
- *Relime v.11 n.2 México jun. 2008* Artículos, La Comprensión de la derivada como objeto de investigación en didáctica de la matemática
- D'Amore, B. 2006; Los Sistemas de representación como herramientas para pensar sobre la derivada

- Radford, 2000; Los Sistemas de representación como herramientas para pensar sobre la derivada
- Wood, 1991; La conexión entre lo gráfico y lo analítico en la construcción de las imágenes mentales

## ANEXO 1

### Corporación Universitaria Minuto de Dios



#### Encuesta a Maestros

Estimado compañero, acudiendo a su experiencia y con la intención de aportar al proceso investigativo desarrollado por la profesora Angela Portela de la Facultad de Ingeniería – departamento de Ciencias Básicas, solicito responder las siguientes preguntas.

Las respuestas aquí obtenidas, no serán empleadas para evaluar los docentes ni serán publicadas, de hecho no es trascendente marcar el formato.

#### CUESTIONARIO

1. Dentro de su experiencia como docente mencione el tema de mayor relevancia para iniciar el proceso de aprendizaje de la Derivada en un curso de cálculo integro – diferencial.
  2. En su práctica docente de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, plantee el tema de mayor dificultad para los estudiantes de Calculo integro - diferencial
  3. Indique los preconceptos con los cuales un estudiante debe llegar al curso de cálculo integro - diferencial
  4. Señale una estrategia pedagógica que permita mejorar el nivel de comprensión en la enseñanza de la derivada
-

## ANEXO 2



CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
DOCENTE: ANGELA PATRICIA PORTELA COGOLLO  
PRUEBA DIAGNÓSTICA DE CALCULO DIFERENCIAL

---

Nombre \_\_\_\_\_

**LEA CON MUCHA ATENCION ANTES DE SELECCIONAR SU RESPUESTA;  
DE SER NECESARIO EMPLEE LA HOJA DE OPERACIONES Y ENTREGUELA  
JUNTO CON LA PRUEBA AL FINALIZAR.**

1. Sea  $D_f = \{x \in \mathbb{R}; f(x) = y\}$  el dominio de la función  $f$ . Para

$$h(x) = \frac{x - 4}{x + 2}$$

el conjunto que corresponde con su dominio está dado por:  
*la suma entre conjuntos no existe*

- a.  $\mathbb{R} + \{2\}$
  - b.  $\mathbb{R} - \{2\}$
  - c.  $\mathbb{R} + \{-2\}$
  - d.  $\mathbb{R} - \{-2\}$
2. La diferencia entre las funciones definidas como  $f(x) = x^3 + 1$  y  $g(x) = 2x^3 + x^2$  está dada por la expresión:

- a.  $(f - g)x = 3x^3 - x^2 - 1$
- b.  $(f - g)x = x^3 - x^2 - 2$
- c.  $(f - g)x = 3x^3 + x^2 + 1$
- d.  $(f - g)x = -x^3 - x^2 + 1$

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa una recta en el plano?

- a.  $m \pm b = f(x)$
- b.  $m - bx = f(x)$
- c.  $m \pm bx = f(x)$
- d.  $mx \pm b = f(x)$

4. La pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A = \left(5, \frac{5}{3}\right)$  y  $B = \left(-7, \frac{12}{5}\right)$  es:

- a.  $\frac{11}{-180}$
- b.  $\frac{-11}{-180}$
- c.  $\frac{11}{180}$
- d.  $\frac{180}{11}$

5. La ecuación de la recta que pasa por  $(1,5)$  y es paralela a la recta  $y = 2x + 2$  es:

- a.  $p = 2x + 3$
- b.  $p = 2x - 3$

- c.  $p = 2x - 7$
- d.  $p = 2x + 7$

6. La ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,3) y (4,7) está dada por la expresión:

- a.  $y = 2x + 1$
- b.  $y = -1 + 2x$
- c.  $y = 2x - 1$
- d.  $y = x + 1$

7. El valor de la pendiente para la recta  $2x - 7y - 8 = 0$  es:

*Hay tres respuestas verdaderas*

- a.  $m_1 = \frac{2}{7}$
- b.  $m_1 = -\frac{2}{7}$
- c.  $m_1 = \frac{-2}{7}$
- d.  $m_1 = \frac{2}{-7}$

8. La recta  $y = \frac{7}{5}x + b$  pasa por el punto (6, -3); el valor de  $b$  es

- a.  $-\frac{50}{5} = b$
- b.  $-\frac{57}{5} = b$
- c.  $\frac{50}{5} = b$
- d.  $\frac{57}{5} = b$

9. Si  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  no existe se debe a:

a.  $g(a) = 0$

b.  $\frac{f(a)}{g(a)} = 0$

c.  $f(a) = 0$

d.  $\frac{f(a)}{g(a)} = 1$

10. El valor de  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+2x-15}{x-3}$  es:

a.  $-\frac{1}{8}$

b. 8

c.  $\frac{1}{8}$

d. -8

11. Redefina

12. la función  $f$  dada por  $f(x) = \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}$  de tal forma que sea continua en todos los números reales.

a.  $g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x \neq \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$

b.  $g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x \neq \frac{-1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\text{c. } g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x \neq \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{d. } g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x = \frac{-1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**13.** El cociente de dos funciones continuas:

- a. Es una función continua
- b. Es continua excepto en los puntos que anulan la función denominador
- c. Es una función continua sin importar los valores que se encuentren en el denominador
- d. Nunca será una función continua

**14.** Un pino tiene 26cm de alto cuando tiene 1 año. Cuando tiene 3 años, el pino tiene 66cm de alto. Si el crecimiento del árbol se puede aproximar por una función lineal (durante su tiempo de crecimiento) entonces, una expresión que representa la altura del árbol en función del tiempo  $t$  es:

- a.  $\frac{20}{t} + 6 = h$
- b.  $20 + 6 = h$
- c.  $20 + t = h$
- d.  $20t + 6 = h$

**15.** Al factorizar  $x^4 - 2x^2 + 1$  se obtiene:

- a.  $(x^2 - 1)(x^2 - 1)$
- b.  $(x^2 + 1)(x^2 + 1)$
- c.  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$
- d.  $(x + 1)(x - 1)$

16. Al simplificar  $\left(\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} + y^{-1}}\right)^{-1}$  se obtiene:

- a.  $1^1$
- b.  $1^0$
- c.  $1^{-1}$
- d.  $1^{-1/1}$

17. El perímetro de un rectángulo mide  $8x + 2y$  y el largo mide  $3x + 2y$ . ¿Cuánto mide el ancho del rectángulo?

- a.  $\frac{5x}{2}$
- b.  $x + y$
- c.  $x - y$
- d.  $x$

18. Si  $A = 3x - 7$  y  $B = x + 5$ . Si  $x$  se aumenta en 2 unidades, ¿en cuánto aumenta  $A + B$ ?

- a. En 2 unidades
- b. En 4 unidades
- c. En 8 unidades
- d. En  $4x + 2$  unidades

19. Si  $a$ ,  $b$ ,  $c$  son números reales distintos entre sí, tal que  $a = b^2$ ,  $b^3 = c$ , ¿cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- a.  $3a = 2c$
- b.  $2a = 3c$
- c.  $a^3 = c^2$
- d.  $a^2 = c^3$

20. Si a la fracción  $\frac{1}{x}$  se le suma 2 al numerador y denominador, la fracción  $\frac{1}{x}$  se

duplica ¿Cuál es la ecuación que permite calcular el valor de  $x$ ?

- a.  $\frac{3}{x} = \frac{3}{x+2}$
- b.  $\frac{1}{x} = \frac{2+x}{2}$
- c.  $\frac{3}{x} = \frac{x+2}{2}$
- d.  $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+2}$

21. Ana compra 3 láminas adhesivas por \$120 cada una y 4 cuadernos en \$ $a$  cada uno. En total paga \$ $b$ ; la ecuación que define el gasto total de Ana es:

- a.  $b = 3(120) + 4a$
- b.  $b = \frac{3}{120} + 4a$
- c.  $b = 3(120) + \frac{4}{a}$
- d.  $b = \frac{3}{120} + \frac{4}{a}$

ANEXO No. 3



CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
DOCENTE: ANGELA PATRICIA PORTELA COGOLLO  
PRUEBA DIAGNÓSTICA DE CALCULO DIFERENCIAL

---

Nombre \_\_\_\_\_

**LEA CON MUCHA ATENCION ANTES DE SELECCIONAR SU RESPUESTA;  
DE SER NECESARIO EMPLEE LA HOJA DE OPERACIONES Y ENTREGUELA  
JUNTO CON LA PRUEBA AL FINALIZAR.**

8. Sea  $f$  la función definida como  $f(x) = \frac{x-4}{x+2}$ , el dominio de  $f$  es:

- a.  $(2, \infty)$
- b.  $(-\infty, 2)$
- c.  $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$
- d.  $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

9. La diferencia entre la función  $f(x) = x^3 + 1$  y la función  $g(x) = 2x^3 + x^2$  está dada por la expresión:

e.  $(f - g)(x) = x^3 - x^2 - 2$

**f.**  $(f - g)(x) = 3x^3 + x^2 + 1$

**g.**  $(f - g)(x) = 3x^3 - x^2 - 1$

**h.**  $(f - g)(x) = -x^3 - x^2 + 1$

**10.** ¿Cuál de las siguientes funciones representa una recta en el plano?

**e.**  $f(x) = x$

**f.**  $f(x) = \frac{1}{x}$

**g.**  $f(x) = \sqrt{x}$

**h.**  $f(x) = x^{-1}$

**11.** La pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A(2, -3)$  y  $B(-1, 4)$  es:

**a.**  $-\frac{7}{3}$

**b.**  $-\frac{3}{7}$

**c.**  $\frac{3}{7}$

**d.**  $\frac{7}{3}$

**12.** La ecuación de la recta que pasa por  $(1,5)$  y es paralela a la recta  $y = 2x + 2$  es:

**e.**  $y = 2x + 3$

**f.**  $y = 2x - 3$

**g.**  $y = 2x - 7$

**h.**  $y = 2x + 7$

**13.** La ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(2,3)$  y  $(4,7)$  está dada por la expresión:

**e.**  $y = -2x - 1$

f.  $y = x - 1$

g.  $y = 2x - 1$

h.  $y = 2x + 1$

14. El valor de la pendiente para la recta  $2x - 7y - 8 = 0$  es:

e.  $m = -\frac{7}{2}$

f.  $m = -\frac{2}{7}$

g.  $m = \frac{2}{7}$

h.  $m = \frac{7}{2}$

15.  $f$  la función definida como  $f(x) = \frac{x-4}{x+2}$ , el dominio de  $f$  es:

a.  $(2, \infty)$

b.  $(-\infty, 2)$

c.  $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$

d.  $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

16. La diferencia entre la función  $f(x) = x^3 + 1$  y la función  $g(x) = 2x^3 + x^2$  está dada por la expresión:

i.  $(f - g)(x) = x^3 - x^2 - 2$

j.  $(f - g)(x) = 3x^3 + x^2 + 1$

k.  $(f - g)(x) = 3x^3 - x^2 - 1$

l.  $(f - g)(x) = -x^3 - x^2 + 1$

17. ¿Cuál de las siguientes funciones representa una recta en el plano?

i.  $f(x) = x$

j.  $f(x) = \frac{1}{x}$

k.  $f(x) = \sqrt{x}$

l.  $f(x) = x^{-1}$

18. La pendiente de la recta que pasa por los puntos  $A(2, -3)$  y  $B(-1, 4)$  es:

a.  $-\frac{7}{3}$

b.  $-\frac{3}{7}$

c.  $\frac{3}{7}$

d.  $\frac{7}{3}$

19. La ecuación de la recta que pasa por  $(1,5)$  y es paralela a la recta  $y = 2x + 2$  es:

i.  $y = 2x + 3$

j.  $y = 2x - 3$

k.  $y = 2x - 7$

l.  $y = 2x + 7$

20. La ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(2,3)$  y  $(4,7)$  está dada por la expresión:

i.  $y = -2x - 1$

j.  $y = x - 1$

k.  $y = 2x - 1$

l.  $y = 2x + 1$

21. El valor de la pendiente para la recta  $2x - 7y - 8 = 0$  es:

i.  $m = -\frac{7}{2}$

j.  $m = -\frac{2}{7}$

k.  $m = \frac{2}{7}$

l.  $m = \frac{7}{2}$

8. La recta  $y = x + b$  pasa por el punto  $(6, -3)$ ; el valor de  $b$  es

e.  $b = -9$

f.  $b = -1$

g.  $b = 1$

h.  $b = 9$

9. Si  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  no existe se debe a:

e.  $g(a) = 0$

f.  $\frac{f(a)}{g(a)} = 0$

g.  $f(a) = 0$

h.  $\frac{f(a)}{g(a)} = 1$

10. El valor de  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x - 3}$  es:

e. 0

f.  $\frac{1}{8}$

g. 1

h. 8

20. Redefina la función  $f$  dada por  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{2x - 1}$  de tal forma que sea continua en todos los números reales.

$$\mathbf{e.} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x \neq \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\mathbf{f.} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x \neq -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\mathbf{g.} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x \neq \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\mathbf{h.} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2-3x+1}{2x-1}, & x = -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**21.** El cociente de dos funciones continuas:

- e.** Es una función continua
- f.** Es continua excepto en los puntos que anulan la función denominador
- g.** Es una función continua sin importar los valores que se encuentren en el denominador
- h.** Nunca será una función continua

**22.** Un pino tiene 26cm de alto cuando tiene 1 año. Cuando tiene 3 años, el pino tiene 66cm de alto. Si el crecimiento del árbol se puede aproximar por una función lineal (durante su tiempo de crecimiento) entonces, una expresión que representa la altura del árbol en función del tiempo  $t$  es:

$$\mathbf{e.} \quad h(t) = \frac{20}{t} + 6$$

f.  $h(t) = 20 + 6$

g.  $h(t) = 20 + t$

h.  $h(t) = 20t + 6$

23. Al factorizar  $x^4 - 2x^2 + 1$  se obtiene:

e.  $(x^2 - 1)(x^2 - 1)$

f.  $(x^2 + 1)(x^2 + 1)$

g.  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

h.  $(x + 1)(x - 1)$

24. Al simplificar  $\left(\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-1} + y^{-1}}\right)^{-1}$  se obtiene:

e. 1

f.  $x$

g.  $y$

h.  $\frac{x}{y}$

25. El perímetro de un rectángulo mide  $8x + 2y$  y el largo mide  $3x + 2y$ . ¿Cuánto mide el ancho del rectángulo?

e.  $\frac{5x}{2}$

f.  $x$

g.  $x - y$

h.  $x + y$

26. Si  $A = 3x - 7$  y  $B = x + 5$ . Si  $x$  se aumenta en 2 unidades, ¿en cuántas unidades aumenta  $A + B$ ?

- e. En 2 unidades
- f. En 4 unidades
- g. En 8 unidades
- h. En  $4x + 2$  unidades

27. Si  $a, b, c$  son números reales positivos distintos entre sí, tal que  $a = b^2$ ,  $b^3 = c$ , ¿cuál de las siguientes expresiones es verdadera?

- e.  $3a = 2c$
- f.  $2a = 3c$
- g.  $a^3 = c^2$
- h.  $a^2 = c^3$

19. Si a la fracción  $\frac{1}{x}$  se le suma 2 al numerador y denominador, la fracción  $\frac{1}{x}$  se duplica ¿Cuál es la ecuación que permite calcular el valor de  $x$ ?

- a.  $\frac{3}{x} = \frac{3}{x+2}$
- b.  $\frac{1}{x} = \frac{2}{2+x}$
- c.  $\frac{3}{x} = \frac{x+2}{2}$
- d.  $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+2}$

20. Ana compra 3 láminas adhesivas por \$120 cada una y 4 cuadernos en \$ $a$  cada uno. En total paga \$ $b$ ; la ecuación que define el gasto total de Ana es:

- a.  $y = \frac{3}{120} + \frac{4}{a}$
- b.  $y = \frac{3}{120} + 4a$
- c.  $y = 3(120) + \frac{4}{a}$
- d.  $y = 3(120) + 4a$

21. Al sumar  $\frac{x}{p}$  con  $m$  se obtiene  $\frac{t+2}{x}$  entonces  $m$  es igual a

a.  $\frac{(t+2) + x^2}{px}$

b.  $\frac{p(t+2) + x^2}{px}$

c.  $\frac{p(t-2) + x^2}{px}$

d.  $\frac{p(t+2) - x^2}{px}$

22. La solución de la desigualdad  $6x - \frac{1}{2} \leq 3 - 7x$  es:

a.  $x > \frac{25}{4}$

b.  $x \geq \frac{25}{4}$

c.  $\leq \frac{7}{26}x$

d.  $x \geq 8.8$

23. La solución de  $\frac{13}{4}x - \frac{7}{3}x = -\frac{3}{2}(x - 5)$

a.  $-\frac{129}{10}$

b.  $-\frac{51}{10}$

c.  $\frac{51}{10}$

d.  $\frac{129}{10}$

24. La ecuación que modela la situación: "la suma de tres pares consecutivos es igual a 510"

a.  $3t = 510$

b.  $3t + 3 = 510$

c.  $3t + 6 = 510$

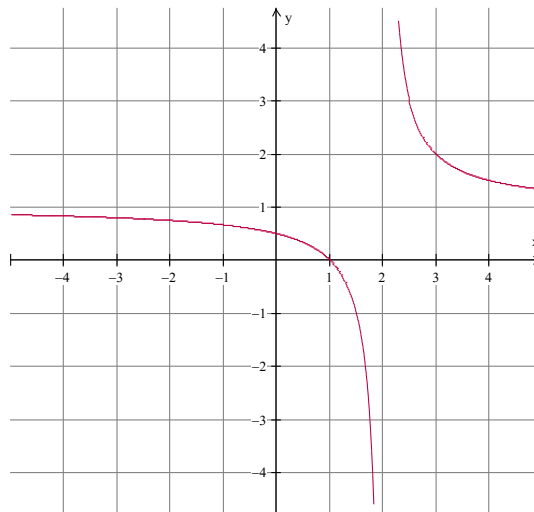
d.  $3t + 9 = 510$

25. Si  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ , se puede afirmar que:

a. 1 esta en el dominio de f

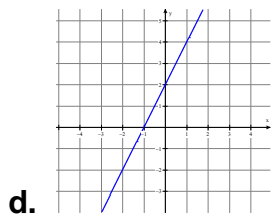
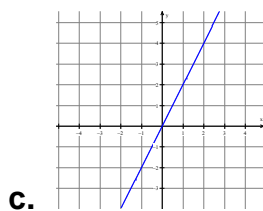
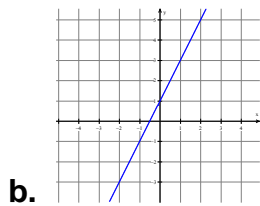
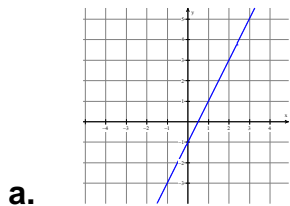
b. 1 no está en el dominio de f

- c. El límite no existe
  - d. El límite es cero
26. Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$
- a.  $x = a$  es una asíntota vertical de la función
  - b.  $y = a$  es una asíntota horizontal de la función
  - c.  $x = a$  es un punto por fuera del dominio de la función
  - d.  $y = a$  es un punto donde la función no esta definida
27. La siguiente gráfica representa la función  $f(x)$



De acuerdo con la gráfica es correcto afirmar que:

- a.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$        $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$
  - b.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \infty$        $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$
  - c.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$        $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$
  - d.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$        $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
28. La grafica que representa la función  $f(x)$  definida por  $f(x) = 2x + 1$  es



29. Para calcular el  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  es posible usar una sucesión  $\{a_n\}$ , tal que  $a_n \rightarrow 0$ . Si

$\lim_{x \rightarrow 0} f(a_n)$  existe, entonces del  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  puede decirse que:

- a. Existe para cualquier sucesión que tenga como límite cero
- b. No existe, porque una sola sucesión no puede justificar la existencia del límite
- c. Existe solo en los casos en que la sucesión tenga límite
- d. No hay forma de asegurar la existencia

## ANEXO 4



**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**DOCENTE: ANGELA PATRICIA PORTELA**  
**COGOLLO**  
**CALCULO DIFERENCIAL**

---

### GUIA TRABAJO 1

**Tema: Apropriación y modelación del concepto en winplot**

**Competencias:**

- Identifica y emplea la notación de las funciones matemáticas en situaciones prácticas.
- Explora y reconoce el concepto de derivada en forma dinámica empleando winplot.
- Argumenta empleando procesos geométricos el concepto de derivada.

**ACTIVIDAD 1**

1. Luego de reconocer el ambiente winplot por medio del tutorial – Manual para winplot - trabajado con anterioridad, ejecute el uso de las opciones ecua – explícita – punto; sobre la función definida como,  
$$f(x) = 2x$$

2. Empleando el proceso algorítmico que usted conoce resuelva.

Sea  $f$  la función definida como  $f(x) = 2x^2 + 3$ ,

- a. Halle el dominio de  $f$
- b. Grafique la función
- c. Clasifique la función (lineal, cuadrática de tercer grado, ...)
- d. Halle puntos dentro de la curva de la función

## ANEXO 5



**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**DOCENTE: ANGELA PATRICIA PORTELA**  
**COGOLLO**  
**CALCULO DIFERENCIAL**

---

### GUIA DE TRABAJO 2

**Tema: Derivadas**

**Competencias:**

- Infiere las variaciones gráficas de una función para explicar el concepto de razón de cambio.
- Aplica las reglas de derivación para resolver problemas asociados a la realidad.
- Resuelve inquietudes por medio del ambiente Winplot

**ACTIVIDAD 1.**

1. Grafique en winplot la función  $f$  definida como  $f(x) = x^3$ , luego:

- a. Seleccionando la opción ecua – explícita – punto; ubique el punto (1,1) sobre la gráfica. De acuerdo a lo que observa, exprese la relación entre las coordenadas en términos de la función dada
- b. Seleccionando la opción ecua – pique explícita – marque el punto (2,8) sobre la gráfica; empleando el proceso algorítmico determine el valor de la pendiente y el valor de b, exprese la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos. Verifique los datos que arroja la tabla en winplot con la ecuación obtenida.
- c. Emplee la opción una – pique traza y en la ventana de diálogo que aparece, fije el primer punto dado, trace la recta secante; empleando el botón para deslizar de la misma ventana de diálogo.  
Repita la acción en diferentes valores muy cercanos entre sí. ¿Qué característica tienen los valores que winplot va asignando a la pendiente de estas rectas?
- d. Nuevamente seleccione una – traza – recta tangente ¿qué observa?, ¿por cuántos puntos de la curva pasa esta recta?, ¿qué relación encuentra con las rectas secantes?.

## ACTIVIDAD 2

2. Grafique en winplot la función  $f$  definida como  $f(x) = \frac{1}{x}$ , luego:
- e. Seleccionando la opción ecua – explicita – punto; ubique el punto (1,1) sobre la gráfica. De acuerdo a lo que observa, exprese la relación entre las coordenadas en términos de la función dada.
  - f. Seleccionando la opción ecua – pique explicita – marque el punto (2,0,5) sobre la gráfica; empleando el proceso algorítmico determine el valor de la pendiente y el valor de  $b$ , exprese la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos. Verifique los datos que arroja la tabla en winplot con la ecuación obtenida.
  - g. Emplee la opción una – pique traza y en la ventana de diálogo que aparece, fije el primer punto dado, trace la recta secante; empleando el botón para deslizar de la misma ventana de dialogo.  
  
Repita la acción en diferentes valores muy cercanos entre sí. ¿Qué característica tienen los valores que winplot va asignando a la pendiente de estas rectas?
  - h. Nuevamente seleccione una – traza – recta tangente ¿qué observa?, ¿por cuántos puntos de la curva pasa esta recta?.

Empleando el proceso algorítmico halle la ecuación de la recta tangente.

- i. ¿Qué relación encuentra con las rectas secantes?.¿Cómo se comporta la recta secante con respecto de la recta tangente sobre la curva?

### ACTIVIDAD 3

3. Reúnase en grupos de cuatro, grafiquen en winplot la función  $f$  definida como  $f(x) = \sqrt{x}$ , y repitan el procedimiento de la actividad 2, discutan el comportamiento de las rectas secantes en cada grafo obtenido, escojan un relator para socializar la actividad y presentar conclusiones.

## ANEXO 6



**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**DOCENTE: ANGELA PATRICIA PORTELA**  
**COGOLLO**  
**CALCULO DIFERENCIAL**

---

### GUIA DE TRABAJO 3

Tema: Aplicación de las Derivadas

Competencias :

- a. Aplica las reglas de la derivación para realizar interpretaciones en ambientes dinámicos
- b. Establece criterios de análisis en la interpretación del concepto de derivada desde el análisis geométrico
- c. Trabaja en grupo buscando solución a inquietudes planteadas

#### ACTIVIDAD 1

Determine la primer derivada para cada una de las siguientes funciones

a.  $f(x) = (x + 1)^3$

b.  $f(x) = \frac{(x^5+x)}{x^2}$

c.  $f(x) = (x - 2)(x + 3)$

### ACTIVIDAD 2

Encuentre  $\frac{dy}{dx}$  para cada una de las siguientes funciones :

a.  $y = \sqrt[4]{x} - \frac{1}{x}$

b.  $y = x^{-3}$

### ACTIVIDAD 3

Luego de realizar el proceso analítico de las anteriores derivadas, grafique en

Winplot y establezca:

- Puntos por donde pasa la recta secante
- Puntos por donde puede pasar una recta perpendicular

## ANEXO 7



**CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**DOCENTE: ANGELA PATRICIA PORTELA COGOLLO**  
**CALCULO DIFERENCIAL**

---

### **INSTRUMENTO VALIDACION PARA LAPRUEBA DE INGRESO AL CURSO DE CALCULO DIFERENCIAL**

Respetado compañero, el test que se presenta como Prueba de Entrada al Curso de Calculo Diferencial (anexo), está diseñado con la intención de identificar dificultades en los conceptos de pre cálculo, en los estudiantes que ingresan a tomar la materia. Por lo anterior solicito muy respetuosamente su colaboración, dando su opinión sobre la pertinencia de cada pregunta, considerando que las temáticas evaluadas, corresponden a las herramientas básicas que los estudiantes deben tener para poder aprovechar de la mejor manera el curso.

PREGUNTA	PERTINENTE	NO PERTINENTE
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

## ANEXO 8



CORPORACIÓN UNIVERSITARIA MINUTO DE DIOS  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS  
DOCENTE: ANGELA PATRICIA PORTELA COGOLLO

### PRUEBA DE ENTRADA

Nombres:

ID:

**SE PROHIBE EL USO DE DISPOSITIVOS ELECTRONICOS DURANTE EL EXAMEN**

Conteste seleccionando solo una opción por pregunta, emplee la tabla ubicada al final del cuestionario para marcar sus respuestas.

1. La derivada de la función  $f(x) = 3x - 1$  es:

- a.  $f'(x) = -3$
- b.  $f'(x) = -1$
- c.  $f'(x) = 1$
- d.  $f'(x) = 3$

2. La derivada de la función  $f(x) = 2x^{-1} + 2$  es:

- a.  $f'(x) = -2x^{-2}$
- b.  $f'(x) = 2x^{-2}$
- c.  $f'(x) = -2x$
- d.  $f'(x) = 2x$

3. La derivada de una función  $f$  evaluada en un número representa

- a. Una constante
- b. La pendiente de una recta secante
- c. La endiente de la recta tangente en ese punto
- d. La pendiente de una recta normal que pasa por el punto

4. La pendiente de la recta que pasa por los puntos  $P(a,b)$  y  $Q(c,d)$  es:

- a.  $m = \frac{b-d}{a-c}$
- b.  $m = \frac{c-a}{d-b}$

- c.  $m = \frac{d-b}{c-a}$   
d.  $m = \frac{c-a}{b-d}$

5. La derivada de la función  $f(x) = 3x^2 - x + 1$  evaluada en  $x = 1$  es:  
a. -7  
b. -5  
c. 5  
d. 7
6. La segunda derivada de la función  $f(x) = \frac{1}{x}$   
a.  $f''(x) = \frac{2}{x^3}$   
b.  $f''(x) = \frac{1}{x}$   
c.  $f''(x) = 0$   
d.  $f''(x) = 1$
7. El máximo relativo de la función  $f(x) = 2x - x^2$  sucede en:  
a.  $x = -1$   
b.  $x = 0$   
c.  $x = 1$   
d.  $x = 2$
8. La función  $f(x) = x^2 - 1$  es creciente en:  
a.  $(-1, 1)$   
b.  $(-\infty, 0)$   
c.  $(0, -\infty)$   
d.  $(-\infty, \infty)$
9. Si  $f(x) = \sqrt{x+1}$  el dominio de  $f'(x)$  es:  
a.  $Df = \{x \in R / x > -1\}$   
b.  $Df = \{x \in R / x \geq -1\}$   
c.  $Df = \{x \in R / x > 0\}$   
d.  $Df = \{x \in R / x > 1\}$
10. Si  $f$  y  $g$  son funciones derivables en  $x$ ,  $\frac{d}{dx}$  de  $[g(x)]^n$  es:  
a.  $[g(x)]^{n-1} g'(x)$   
b.  $n [g'(x)]^{n-1}$   
c.  $n [g(x)]^{n-1}$   
d.  $g'(x)$
11. La pendiente de la curva  $y = 3 - 5x^2$  en  $x = 1$  es:  
a.  $m = -10$   
b.  $m = -2$   
c.  $m = -1$   
d.  $m = 1$
12. La derivada de la función  $y = (1-x)(1+x)$  es:

- a.  $\frac{dy}{dx} = -2x$
- b.  $\frac{dy}{dx} = 0$
- c.  $\frac{dy}{dx} = 1$
- d.  $\frac{dy}{dx} = 2x$

13. La derivada de  $y = \sin 2x$  es:

- a.  $\frac{dy}{dx} = -2 \cos(2x)$
- b.  $\frac{dy}{dx} = 2 \cos(2x)$
- c.  $\frac{dy}{dx} = \cos(2x)$
- d.  $\sin 2$

14. Si  $f$  es una función y  $P(x,y)$  es un punto de la curva, la ecuación de la recta tangente en ese punto es:

- a.  $y = xf'(x) + b$
- b.  $y = f'(x) + b$
- c.  $y = mx + b$
- d.  $y = f'(x)$

15. Números positivos cuya suma sea 20 y su producto sea máximo, son:

- a.  $x_1 = 4$  y  $x_2 = 5$
- b.  $x_1 = 10$  y  $x_2 = 2$
- c.  $x_1 = 13$  y  $x_2 = 7$
- d.  $x_1 = 10$  y  $x_2 = 10$

16. El punto o puntos donde la recta tangente es horizontal a la curva  $y = x^2 - 2x - 3$  es:

- a.  $x = -1$
- b.  $x = 0$
- c.  $x = 1$
- d.  $x = 3$

17. La derivada de  $y = x \ln(x)$  es:

- a.  $y' = \frac{1}{x}$
- b.  $y' = \ln(x)$
- c.  $y' = \ln(1)$
- d.  $y' = \ln(x) + 1$

18. La derivada de la función  $y = 2 e^{2x}$  es:

- a.  $y' = 2 e^2$
- b.  $y' = 4x e^{2x-1}$
- c.  $y' = 4 e^{2x}$
- d.  $y' = 2 e^x$

19. Si  $y = f(x)$  es una función polinomial de grado 3; entonces  $\frac{d^4}{dx^4} f(x)$  es un polinomio de grado:

- a. 0

- b. 1
- c. 2
- d. 3