UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

Escuela de Postgrados

Maestría en Docencia e Investigación Universitaria

LA APLICACIÓN DEL CALENDARIO MATEMÁTICO Y SU IMPLICACIÓN FRENTE A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO

Estudio realizado en el Colegio Alexander Fleming I.E.D.

Preparado por

SANDRA KATTERINE BECERRA AFRICANO

Bogotá, Colombia

2013

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA

Escuela de Postgrados

Maestría en Docencia e Investigación Universitaria

LA APLICACIÓN DEL CALENDARIO MATEMÁTICO Y SU IMPLICACIÓN FRENTE A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO

Estudio realizado en el Colegio Alexander Fleming I.E.D.

Preparado por

Sandra Katterine Becerra Africano

Director

M.Sc Luis Eduardo Pérez Laverde

Bogotá, Colombia

2013

NOTA DE ACEPTACIÓN

Jurado

Jurado

Jurado

LUIS EDUARDO PÉREZ LAVERDE

Director

Dedico este trabajo a mi familia:
A mi madre Elena,
a mi padre Fernando
y a mi esposo Leonardo

AGRADECIMIENTOS

Al profesor Carlos Zuluaga por su incondicional colaboración y por ser el creador de una excelente herramienta como lo es el calendario matemático, que inspiro mi trabajo de investigación.

Al profesor Luis Eduardo Pérez Laverde, por su excelente acompañamiento, compromiso, organización, por sus asesorías y orientaciones que fueron de gran ayuda en el proceso de investigación.

A mi familia, por brindarme su apoyo y respaldo en todo el proceso para llegar a culminar la tesis.

CONTENIDO

NOTA DE ACEPTACIÓN...iii

INTRODUCCIÓN...x

CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA 11

Planteamiento del Problema... 11

Pregunta... 12

Justificación 12

Estado del Arte 14

Hipótesis... 19

Objetivos 19

General 19

Específicos.. 19

Metodología... 20

Proceso metodológico... 20

Cronograma... 23

Fase I Año 2011 23

Fase II Año 2012 - 2013.. 24

MARCO CONCEPTUAL 25

Soporte de resolución de problemas 25

Soporte psicométrico 35
Índice de dificultad.. 36
Índice de discriminación 38
Soporte curricular 39
Soporte pedagógico 42
Constructivismo.. 43
Pensamiento Sistémico 46
Soporte Conceptual 50
Problema 51
Resolver un problema. 51
Razonamiento 52
Brainstorming 53
Soporte Estadístico 53
Distribución Normal 53
Prueba De Hipótesis Para El Cociente De Varianzas 56
Prueba De Hipótesis Para Diferencia De Medias 59
DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN 64
Recopilación y revisión preliminar de la información 64

Construcción del estado del arte y del marco teórico 64

Entrevista 65

Entrevista Carlos Zuluaga Sobre Calendario Matemático (CM) 67

Caracterización docente 84

Trabajo con calendario matemático... 86

Diseño, construcción y aplicación de prueba 89

ANÁLISIS DE RESULTADOS 94

Entrevista 94

Caracterización docente 99

Diseño, construcción y aplicación de prueba 102

Normalidad de los datos.. 108

Pruebas de hipótesis... 112

CONCLUSIONES Y PROYECCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN............... 119

Conclusiones sobre el objetivo general de la investigación...................... 119

Conclusiones sobre los objetivos específicos de la investigación 120

Conclusiones sobre la hipótesis de investigación.................................... 123

Conclusiones finales.. 124

Proyección de la investigación 126

Impacto de la investigación 128

Bibliografía.. 129

ANEXOS.. 136

Anexo 1: Encuesta de Caracterización Docente 136

Anexo 2: Calendario Matemático Junio 2012 139

Anexo 3: Prueba Inicial.. 141

Anexo 4: Prueba Final 146

Anexo 5: Resultados prueba Inicial Grupo Control y Grupo Experimental 155

Anexo 6: Resultados Prueba Inicial y Final Grupo Control (601)............... 161

Anexo 7: Resultados Prueba Inicial y Final Grupo Control (603)............... 163

Anexo 8: Carta de autorización del profesor Carlos Zuluaga 165

INTRODUCCIÓN

La investigación se centra en los estudiantes de grado Sexto, del Colegio Alexander Fleming I.E.D., con el fin fortalecer sus procesos en lo referente a la resolución de problemas matemáticos, dificultad grande que tienen los jóvenes en el área; utilizando el calendario matemático como herramienta que se fundamenta en dicho enfoque; teniendo en cuenta los cinco tipos de pensamiento (numérico, geométrico, métrico, variacional y aleatorio) establecidos en los lineamientos curriculares.

Además, se pretende observar si existen cambios generados con la aplicación del calendario matemático, como instrumento que se está implementando en la institución, a partir del año 2011. Esta herramienta tiene como finalidad, en su aplicación, contribuir al desarrollo del enfoque de planteamiento y resolución de problemas, como lo mencionan en el proyecto de Matemática Recreativa presentado por Carlos Zuluaga.

CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

Planteamiento del Problema

El problema se fundamenta en dos ejes principales que son:

- Las dificultades de los estudiantes frente a la resolución de problemas, teniendo en cuenta los cinco tipos de pensamiento: Numérico, Geométrico, Métrico, Variacional y Aleatorio.
- La aplicación del calendario matemático como herramienta que contribuye al desarrollo del enfoque de planteamiento y resolución de problemas.

En la enseñanza de las matemáticas, siempre se ha visto que existen dificultades, por parte de los estudiantes, para la "formulación, tratamiento y resolución de problemas" (estándares básicos de competencias en matemáticas, p. 52). Específicamente, en la población de estudio elegida, grado sexto del colegio Alexander Fleming I.E.D., se ha observado que los estudiantes tienen grandes deficiencias a nivel matemático, frente a los diferentes tipos de pensamiento que se establecen en los lineamientos curriculares.

En la institución, como una manera para mejorar el rendimiento en matemáticas de los estudiantes, se estableció que una de ellas es la aplicación del calendario matemático en todos los grados (de preescolar a once) y debido a que la finalidad del mismo está enfocada hacia la resolución de problemas, se vio que era pertinente la utilización de este instrumento.

Ahora bien, lo que se quiere analizar, con la aplicación del calendario matemático, es el cambio que se genera con este, respecto a la manera como un estudiante se enfrenta ante un problema, es decir, la capacidad que tiene para resolverlo abordándolo desde cada tipo de pensamiento: numérico, geométrico, métrico, variacional y aleatorio.

Pregunta

¿Qué cambios se generan en los estudiantes de grado sexto, del Colegio Alexander Fleming, frente a la resolución de problemas matemáticos cuando se usa como herramienta el calendario matemático?

Justificación

La pregunta de investigación surge como una preocupación respecto a la manera en la que los estudiantes del colegio Alexander Fleming I.E.D. (institución distrital donde laboró), resuelven problemas matemáticos. Está preocupación se ha convertido en un problema institucional, debido a que las deficiencias que los jóvenes tienen, afectan su desempeño; por ejemplo: en las pruebas nacionales (pruebas saber, comprender) e internacionales (pruebas PISA, TIMMS, SERCE, ICCS).

El problema se centraliza en grado sexto, puesto que se ha visto que en el paso de la educación básica primaria a secundaria existe una ruptura en los procesos de los estudiantes (provengan o no del mismo colegio). Además, sería muy amplio el análisis de la situación con toda la población institucional, y es importante fortalecer procesos, cuando se inicia la secundaria, para poder proponer acciones que contribuyan al mejoramiento de los mismos.

Al tener la población de estudio establecida, lo que se pretende es trabajar con los estudiantes en la resolución de problemas, desde los 5 tipos de pensamiento matemático: numérico, geométrico, métrico, variacional y aleatorio, construyendo y aplicando instrumentos que permitan visualizar los aportes e incidencias del uso de la nueva herramienta que se está implementando en el colegio, que es el calendario matemático.

El calendario matemático es una herramienta que se viene trabajando desde finales de la década de los noventa, por el profesor Carlos Zuluaga, y tiene como finalidad "contribuir a desarrollar el Enfoque de Planteamiento y Resolución de Problemas a través del trabajo de un problema cada día. De ahí que el lema del calendario sea: *"Un problema para cada día y un día para cada problema."*" (Colombia aprendiendo, s.f., párr. 1) Pero en el colegio que es objeto de estudio, hasta el año 2011 se inició su implementación, por ello es interesante analizar si se presentan cambios en los estudiantes, con el uso de este instrumento de trabajo.

Estado del Arte

Frente a investigaciones que se hayan realizado sobre las dificultades de los estudiantes para resolver problemas, además de trabajos acerca del calendario matemático se encuentran referenciadas, en España, los siguientes:

Rivière (1990) manifiesta que existe relación entre las actitudes negativas y el bajo rendimiento en matemáticas. Presenta algunas dificultades en el aprendizaje de esta área desde un enfoque cognitivo, además del papel de la memoria y la atención en las destrezas y dificultades matemáticas.

Callejo de la Vega (1994) presenta los procesos teórico-prácticos de la resolución de problemas donde se intenta responder ¿qué procesos rigen la resolución de problemas? Y ¿se puede enseñar a resolver problemas? También, presenta las experiencias del club matemático IEPS, que está fuera del contexto escolar donde se desarrolla dicho club. Dentro de las actividades de dicho club se tiene el “calendario del mes” que es “una colección de problemas dispuestos en los días del mes en curso” (p.77).

Ella también hace un recorrido por la historia, en su escrito en “La Gaceta”, viendo que "la resolución de problemas es la esencia de la actividad matemática" (p.297); iniciando en la etapa de la "matemática moderna" para luego pasar por las "matemáticas tradicionales" y regresar a la década de los 80, en la que se hace énfasis en la importancia de la resolución de problemas en la educación matemática. Finalmente, presenta la situación en España donde plantea que, en los libros, los problemas se manejan mediante la aplicación de reglas vistas y son poco frecuentes los problemas que persiguen que el alumno aprenda fases, estrategias, modos de razonamiento, métodos de desbloqueo, etc.

Díaz (1997) plantea la importancia de la actitud personal frente a la matemática y que un problema "real" se puede abordar matemáticamente mediante la modelización; donde es importante la modelación, validación, predicción y control, pues una de las motivaciones para resolver problemas es comprender el mundo e intentar controlarlo.

Gracia Alcaine (2005) presenta el trabajo de calendario matemático como un conjunto de actividades que se hacen mensualmente, y que están pensados y dirigidos a los estudiantes de secundaria con el fin de fomentar el interés frente a la resolución de problemas teniendo en cuenta que dichos problemas abarcan el aspecto numérico, geométrico, algebraico y probabilístico.

Blanco Pérez (2006) estudia las características de los niños con dificultades específicas de aprendizaje en matemáticas, desde una perspectiva curricular en los primeros años de escolaridad, así como su evolución; y desarrolla una prueba de evaluación que pretende servir como instrumento de detección de los niños de riesgo, y que a la vez aporte información que puede servir de guía a la intervención.

En México, Balán Tamay (2007) trabajó con estudiantes, de grado cuarto de La escuela Primaria estatal "Profra. Elvira Rodríguez Garza", con el fin de encontrar las dificultades que manifiestan los alumnos al resolver problemas y plantear una propuesta didáctica en el aula analizando posteriormente que logros se obtienen en los niños a través del planteamiento de problemas. Algunas de las dificultades detectadas fueron: deficiente comprensión lectora, escaza fluidez en redacción, falta de integración en equipos.

Alfaro y Barrantes (2008), hacen un estudio que se basa en determinar las percepciones que tienen los docentes y estudiantes de educación media en Costa Rica sobre la estrategia de enseñanza aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas y su papel dentro de una clase; identificando las características, funcionalidad y las dificultades que se presentan encontrando, por ejemplo que: el principal obstáculo que observan los docentes es el gran número de estudiantes que tienen los grupos de trabajo.

En España, Bermejo y Blanco (2009) hicieron un trabajo en el que pretendían identificar las características matemáticas diferenciadoras de los niños que sólo presentan dificultades en matemáticas (DAM) de aquellos que además tienen dificultades en lectura (DAL), distribuyéndolos en tres grupos; y encontraron que los grupos con dificultades de aprendizaje obtienen rendimientos significativamente inferiores a los niños sin dificultades en general. Por otra parte, los niños DAM alcanzan puntuaciones más altas que los DAM-DL en conteo, lectura y escritura de números, cálculo, hechos numéricos, sentido del número, problemas verbales y relaciones conceptuales, pero lo hacen de forma significativa en conteo, lectura y escritura de números. No se ha podido relacionar el tipo de DAM con la mayor o menor dominancia hemisférica.

En la revista "*Matemática para Todos*"[1], de México, cuyo editor responsable es Bagur (2010) donde se presenta un artículo sobre los elementos que caracterizan el aprendizaje de las matemáticas mediante la resolución de problemas, además se da la anatomía de un problema y su solución con un análisis acerca de la forma como una persona abordó el problema.

Respecto a las investigaciones que se hayan realizado, en Colombia, sobre el impacto de calendario matemático, como lo menciona Carlos Zuluaga[2], en entrevista:

> Que haya sido investigado el calendario como una colección de 30 problemas no conozco, pero aparte, problemas aislados sí.
>
> Lo que se ha estudiado a nivel mundial es lo que se denomina *problema,* porque generalmente lo que la escuela tradicional ha trabajado son *algoritmos* que son los que aprenden los estudiantes.
>
> El enfoque de planteamiento y resolución de problemas es mucho más amplio, allí quizás lo que menos importa es la respuesta lo que es relevante

[1]Revista "*Matemática para Todos*" Año 11, Número 102. Agosto de 2010

[2]Carlos Zuluaga manifiesta esto en entrevista dada a Sandra Katterine Becerra Africano, el día 21 de Junio de 2011.

> son los procesos, es decir, cómo se están pensando los razonamientos; por eso el Ministerio de educación Nacional tiene, en su documento, tres aspectos que son fundamentales: primero, trabajar alrededor de problemas; segundo, ese trabajo debe fortalecer o ayudar a desarrollar la capacidad de pensamiento; y tercero, las habilidades comunicativas. Eso, sí se ha investigado en el mundo: el impacto que tienen los problemas, como situaciones ante las cuales “cuando las vea las entiendo pero no sé qué hacer”, entonces ahí es cuando el cerebro empieza a funcionar buscar mecanismos de solución, hasta que, poco a poco, el cerebro va encontrando una manera de resolver el problema y eso se llama una *estrategia*, eso sí se ha sido investigado. (p. 70)

Falk de Losada (1983) hace énfasis en que la resolución de problemas debe preparar a los estudiantes para continuar un proceso, este enfoque no es informativo sino formativo; por lo tanto debe estar integrado con los objetivos, estrategías y medios de evaluación. Así, el joven contribuye al enfrentarse a un problema en el planteamiento de operaciones que se efectuarán, planteamiento de ecuaciones que se resolverán, en el descubrimiento de relaciones entre los datos de un problema, no solo en el efectuar operaciones o resolver ecuaciones puesto que un problema es el medio para que el estudiante participe activamente en un proceso educativo formativo.

No se han encontrado investigaciones sino aplicaciones del calendario matemático en instituciones como: Universidad pedagógica y Tecnológica de Colombia donde se trabaja el proyecto de matemática recreativa con el calendario matemático con sus 7 niveles, que el Maestro Carlos Zuluaga con su equipo de Colombia Aprendiendo formula mensualmente.

Hipótesis

La aplicación del calendario matemático, en grado sexto, genera cambios positivos en los estudiantes frente a la resolución de problemas.

Objetivos

General

Determinar si existen cambios positivos, con la aplicación del calendario matemático, frente la resolución de problemas, en los estudiantes de grado sexto del Colegio Alexander Fleming I.E.D.

Específicos

a) Diseñar una prueba a grado sexto, con base en el calendario matemático, que responda al enfoque de planteamiento y resolución de problemas. (desde los componentes: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio)
b) Aplicar la prueba a grado sexto, en dos oportunidades: una prueba inicial y final, basada en el calendario matemático.

c) Caracterizar los docentes de matemáticas que van a trabajar con grado sexto, en el colegio Alexander Fleming I.E.D., en la jornada mañana.

d) Determinar si se generan cambios positivos en los estudiantes frente a la resolución de problemas, con la aplicación del calendario matemático.

Metodología

Este trabajo está enfocado en la investigación cuantitativa y cualitativa, es decir, es de tipo mixto; y con base en este tipo de investigación se determina el proceso metodológico para la realización del estudio que, aquí, se pretende realizar.

Proceso metodológico

El proceso metodológico que se va a llevar está determinado por las siguientes estrategías:

a) Recopilación y revisión preliminar de información.

b) Construcción del estado del arte y del marco teórico.

c) Desde la *investigación cualitativa* se establecen las siguientes estrategías:

   1. Entrevista a Carlos Zuluaga, fundador del proyecto Matemática Recreativa de Colombia Aprendiendo, para obtener una arqueología del calendario matemático.

2. Caracterización de los docentes del área de matemáticas, del colegio Alexander Fleming I.E.D. Dicha caracterización presentará el perfil docente de acuerdo a dos dimensiones:
    - Dimensión profesional: Identificación y Formación académica.
    - Dimensión pedagógica
3. Trabajo con calendario matemático siguiendo el modelo pedagógico adoptado por la institución: Constructivismo enfocado en el pensamiento sistémico.

d) Desde la *investigación cuantitativa* se determinan las siguientes estrategias:

1. Diseño y construcción de prueba que mida las aptitudes de los estudiantes frente a la resolución de problemas, basada en el calendario matemático.
2. Aplicación de prueba de entrada (diagnóstica).
3. Determinar el comportamiento de los estudiantes frente a la resolución de problemas, con los resultados de la prueba utilizando EXCHOBA (Índices de dificultad y discriminación).
4. Selección de grupo de control y experimental: Se hará un análisis de posibilidades enfocadas en encontrar un grupo de control (un grupo de comparación que es tratado, en todos los aspectos como el grupo experimental, excepto por el factor manipulable, en este caso el calendario matemático) y un grupo experimental (Un grupo en un estudio de investigación cuya experiencia es manipulable)

5. Aplicación prueba de salida (similar a la prueba de entrada) con el fin de medir las aptitudes de los estudiantes frente a la resolución de problemas, Así, se podrán contrastar los resultados de las pruebas (inicial y final), mediante procesos estadísticos; con el fin de determinar si existieron cambios, en los estudiantes de grado sexto, frente a la resolución de problemas.
6. Análisis de resultados y conclusiones: determinar si existen cambios generados con la implementación del calendario matemático.

Variables endógenas de la investigación

Existe dos variables endógenas, es decir, que no se pueden controlar y son:

1. Para el año 2012, existe una variable en el trabajo docente y es que la educadora con la que se hizo el proceso de caracterización no va a estar en la institución, y vendrá una docente que, aún no se sabe quién es, a trabajar en grado sexto; por tal razón se hará la caracterización cuando llegué a la institución el docente.
2. Otra variable que hay que manejar es el seguimiento del trabajo con Calendario Matemático en la institución para el 2012, pues por cuestiones económicas pueden cortar el trabajo con esta herramienta que fundamenta mi trabajo. Para controlar dicha variable se tienen las siguientes alternativas:

a) El 3 de Noviembre de 2011 se envió propuesta para Proyectos de inversión 2012, con el fin de que incluyan el calendario matemático para los grados sexto, séptimo y octavo dentro de los rubros destinados para la institución educativa.

b) Asumir costos para la adquisición del instrumento mediante subsidio de los padres de grado Sexto o subsidio propio.

Cronograma

Fase I Año 2011

Actividad	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
Identificación del problema											
Formulación de la pregunta											
Justificación, hipótesis, objetivos y metodología.											
Recopilación y revisión preliminar de información.											
Realización de entrevista a Carlos Zuluaga para hallar arqueología del calendario matemático											
Revisión total de la Bibliografía, construcción del estado del arte y marco teórico.											
Diseño y construcción de prueba frente a la resolución de problemas, con base en el calendario matemático.											
Caracterización de los docentes del área de Matemáticas, del colegio Alexander Fleming I.E.D.											

Elaboración final del proyecto como prerrequisito para la obtención del título de especialista.											

Fase II Año 2012 - 2013

Actividad	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**	**E**	**F**	**M**	**A**	**M**
Selección de grupo de control y experimental.																
Aplicación de prueba de entrada (diagnóstica).																
Trabajo con calendario matemático.																
Aplicación prueba de salida																
Análisis de resultados.																
Conclusiones.																
Asistencia a eventos académicos como ponente.																
Elaboración y preparación del informe final.																
Redacción del artículo para publicar.																
Preparación de sustentación.																

MARCO CONCEPTUAL

En esta parte, se van a presentar los soportes teóricos sobre los cuales se va a realizar la investigación, a saber:

Soporte de resolución de problemas

La base para el trabajo bajo el enfoque de planteamiento y resolución de problemas y sobre el cual se maneja el calendario matemático tiene un fundamento teórico en el libro "*Cómo plantear y resolver problemas*", de Polya (1981), donde se afirma que:

> Un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. (p. 7)

Polya indica que, para resolver un problema se debe tener en cuenta que es un diálogo en el que existen 4 fases de trabajo:

- Primero, comprender el problema, es *decir*, ver claramente lo que se pide, familiarizándose con el problema.
- Segundo, concebir un plan, es decir, captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que conecta a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y obtener un plan de solución.
- Tercero, ejecución el plan, lo que quiere decir, que hay que buscar una estrategia para encontrar una solución al problema.
- Cuarto, Examinar la solución obtenida esto es, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

En estas cuatro fases se debe buscar dar respuesta a los siguientes interrogantes en cada etapa: ¿por dónde debo empezar?, ¿qué puedo hacer? y ¿qué gano haciendo esto?

Otros autores que trabajan sobre el enfoque de planteamiento y resolución de problemas son Mason, Burton y Stacey[3] (1988) cuyo objetivo es mostrar cómo enfrentar un problema de manera eficaz y servir de guía, para los estudiantes, frente

---

[3] Pensar matemáticamente es el libro en el cual trabajan sobre el enfoque de planteamiento y resolución de problemas.

al desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático; basado en 5 ideas básicas:

a) Tú mismo puedes pensar matemáticamente.
b) El razonamiento matemático puede mejorarse por la práctica unida a la reflexión.
c) El razonamiento viene motivado por una situación en la que se mezclan contradicción, tensión y sorpresa.
d) El razonamiento matemático se mueve en una atmósfera cuyos ingredientes principales son pregunta, reto y reflexión.
e) El razonamiento de tipo matemático te ayudará a entenderte mejor a ti mismo y al mundo que te rodea. (p. 11)

Hay que destacar, también, el trabajo de Miguel de Guzmán (1991) acerca de resolución de problemas, ya que en su libro "*Para pensar mejor*" su intención es, dar una guía práctica que motive y ayude, a cada persona, en la adquisición de actitudes y hábitos que contribuyan a mejorar su actividad mental, basado en observaciones y reflexiones tanto de su propia experiencia como la de sus compañeros y de los estudiantes. Para esto, él encuentra que las actitudes adecuadas que un individuo debe tener al enfrentarse a un problema son: confianza, paz, tranquilidad, disposición para aprender, curiosidad, gusto en la actividad mental y gusto por el reto. Y además, plantea los bloqueos que se pueden tener, que son: de tipo afectivo, cognoscitivo, cultural y ambiental. También se presentan los apoyos sistemáticos de desbloqueo como: la pregunta como actitud, lista de ideas, brainstorming ("tiene por finalidad ayudar a un grupo de personas que se enfrentan colectivamente con un problema bien definido"). Según Osborn, se debe actuar bajo las siguientes reglas: Aplazamiento de juicio, espontaneidad de las ideas, cantidad conduce a calidad y perfeccionamiento de las ideas que surgen. Otra técnica de desbloqueo es la sinéctica de Gordon, una psicoterapia mediante la razón (Sal Terrae, Santander, 1987)

Guzmán plantea, además, las estrategías de pensamiento generales con su respectiva aplicación: Realización de protocolo del proceso, análisis del protocolo, evaluación del proceso, diagnosis y tratamiento. Luego se muestran las estrategías del pensamiento matemático con sus aplicaciones: Familiarízate con el problema, búsqueda de estrategías, lleva adelante tu estrategia y, revisa el proceso y saca consecuencias de él.

Presenta el papel del conocimiento en la resolución de problemas, la estructuración del conocimiento y esquemas mentales eficaces y trata de ver el papel o importancia de la actividad subconsciente en la resolución de problemas con algunos testimonios de grandes matemáticos como: Gauss, Hamilton, Hadamard, Roger y Penrose.

Kilpatrick y Rico (1995), en el Simposio organizado por "*una empresa docente*", centro de investigación de la Universidad de los Andes, presentan aspectos importantes sobre la investigación y la enseñanza de resolución de problemas como lo que tiene que ver con "*que el profesor debe dar a sus alumnos problemas más reales para que el estudiante se sienta comprometido de alguna forma*" (p.57). Además, el Dr. Luis Rico presenta una investigación que se lleva a cabo en la Universidad de Granada, sobre resolución de problemas aritméticos, donde presenta el enfoque de investigación estructural que está basado en las categorías semánticas de los problemas aceptadas, que son: cambio, combinación, comparación e igualación. (p.58)

Juidías y Rodríguez (2007) trabajan sobre la resolución de problemas tomando como base el concepto y los diferentes modelos como se presenta en la **Tabla 1**, tomando como referencia las cuatro fases descritas por Polya (p.259)

Tabla 1

Modelos de resolución de problemas matemáticos				
	Fase 1	**Fase 2**	**Fase 3**	**Fase 4**
Polya (1945)	Comprensión del problema	Planificación	Ejecución del plan	Supervisión
Dunlap y Mcknight (1980)	Percepción de símbolos escritos Decodificación de símbolos escritos Formulación del significado general de las oraciones Traducción del mensaje general en un mensaje matemático	Determinación de lo que hay que buscar Examen de los datos relevantes Análisis de las relaciones entre los datos Elección de las operaciones matemáticas Estimación de las respuestas	Formulación de los datos mediante la notación matemática Ejecución de los cálculos matemáticos Decodificación de los resultados para que tengan sentido técnico Formulación de los resultados técnicos como respuestas a las cuestiones iniciales	Verificación de las respuestas
Gagné (1983)	Traducción verbal de las situaciones descritas al lenguaje matemático		Fase central de cálculo	Validación de la solución

Montague (1988)	Lectura del problema Paráfrasis Visualización Enunciado del problema	Hipótesis Estimación	Cálculo	Verificación
Schoenfeld (1979)	Análisis Exploración	Diseño	Implementación	Verificación
Uprichard, Phillips & Soriano (1984)	Lectura Análisis	Estimación Traducción	Cálculo	Verificación
Mayer (1991)	Representación Traducción Integración	Planificación	Monitorización Ejecución	Verificación
Garofalo y Lester (1985)	Orientación	Organización	Ejecución	Verificación
Glass y Holyak (1986)	Comprensión o representación del problema	Planificación	Ejecución del plan	Evaluación de los resultados
Brandsford y Stein (1984)	Identificación Definición	Exploración	Actuación	Observación Aprendizaje

Nota: Modelos de resolución de problemas matemáticos, utilizando Juidías, J., & Rodríguez, I. (2005). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos*. Revista de Educación, 342. Enero-Abril 2007, p. 259.

Posteriormente, plantean que un problema es más que una aplicación rutinaria de algoritmos y presentados en la **Tabla 2**. (p.261)

Tabla 2

DIFERENCIAS ENTRE UN PROBLEMA Y UN EJERCICIO DE APLICACIÓN	
PROBLEMA MATEMÁTICO	***EJERCICIO DE APLICACIÓN***
- El individuo se ve expuesto ante una dificultad para la que no tiene un remedio inmediato. - El individuo se implica en su solución. - Requiere utilizar de modo estratégico los procedimientos previamente conocidos. Las técnicas automatizadas pueden ser	- Puede resolverse mediante la aplicación directa de un procedimiento previamente adquirido. - La aplicación rutinaria del algoritmo no exige ningún interés especial en el individuo que resuelve la tarea. - Requiere la mera aplicación de técnicas automatizadas, ya que éstas son necesarias y suficientes para llegar a la

necesarias pero no son suficientes para llegar a la solución. - Supone al individuo una demanda cognitiva de alto nivel. - La determinación de la información relevante es una pieza clave en la resolución del problema.	solución. - Supone al individuo una demanda cognitiva de bajo nivel. - El individuo no precisa discernir la información relevante de la irrelevante porque toda la información que aparece en el enunciado es necesaria para la solución.

Nota: Diferencias entre un problema y un ejercicio de aplicación utilizando Juidías, J., & Rodríguez, I. (2005). *Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos*. Revista de Educación, 342. Enero-Abril 2007, p. 259.

Además, se analizan los factores que intervienen en la resolución de problemas matemáticos, que son tres: el problema, el estudiante y el contexto.

- Los factores relativos al problema matemático están determinados por el lenguaje en el que se expresa el enunciado y al tipo de problema.
- Los factores relativos a los estudiantes que resuelven el problema tienen que ver con los conocimientos de base que ellos tienen y el componente afectivo relacionado con las creencias, actitudes y emociones de los educandos frente a la resolución de problemas matemáticos.
- Los factores relativos al contexto en el que el estudiante aprende y resuelve un problema matemático son de vital importancia, ya que la investigación transcultural ha dejado ver que hay personas que no pueden resolver problemas en el ámbito académico, pero sí en su vida cotidiana. (Saxe, 1990, Rogoff y Lave, 1984, cits. En Gómez, 1991)

Presentan las dificultades que se tienen frente a la resolución de problemas planteando que:

- Los conocimientos de base representan una de las dificultades más frecuentes en los estudiantes.
- Las dificultades de tipo heurístico se producen a causa de las prácticas educativas (Schoenfeld, 1992)
- Las dificultades en procesos <<metacognitivos>> están relacionadas con las prácticas educativas que se llevan a cabo en las aulas, puesto que los estudiantes tienen pocas posibilidades de observar cómo otros se autorregulan al enfrentarse con situaciones desconocidas. (p.274)
- Las creencias que existen sobre las matemáticas y la resolución de problemas hacen que el aprendizaje se dificulte.

Finalmente, presentan formas de intervención psicoeducativa sobre las dificultades en la resolución de problemas matemáticos, teniendo en cuenta: la tarea, el estudiante y el contexto.

Como es de conocimiento para todos, Brousseau trata la resolución de problemas como medio para abordar las dificultades de la enseñanza de las Matemáticas, es por eso que Barrantes (2006), a partir del trabajo de Brousseau, describe el concepto de obstáculo epistemológico, analiza los objetivos de la didáctica de las matemáticas, la relevancia de los obstáculos epistemológicos, su epistemología y su relación con la teoría de las situaciones didácticas; todo esto, basado en el segundo capítulo de teoría de situaciones didácticas.

Ahora bien, ya se ha hablado sobre el soporte teórico frente al enfoque de planteamiento y resolución de problemas; lo que sigue es presentar el trabajo con el calendario matemático, que es una herramienta que está basada en este enfoque[4], como se puede ver en la página web de Colombia Aprendiendo:

El Calendario Matemático es uno de los materiales que, realiza el equipo de Colombia Aprendiendo, tiene como objetivo contribuir a desarrollar el Enfoque de Planteamiento y Resolución de Problemas a través del trabajo de un problema cada día.

Este calendario matemático hace parte del proyecto de Matemática Recreativa de Colombia Aprendiendo, que como aparece en la página web, está distribuido por siete niveles, que cada institución que pertenezca al proyecto Matemática Recreativa puede utilizar según sus necesidades desde preescolar hasta finalizar la educación media. Los niveles son:

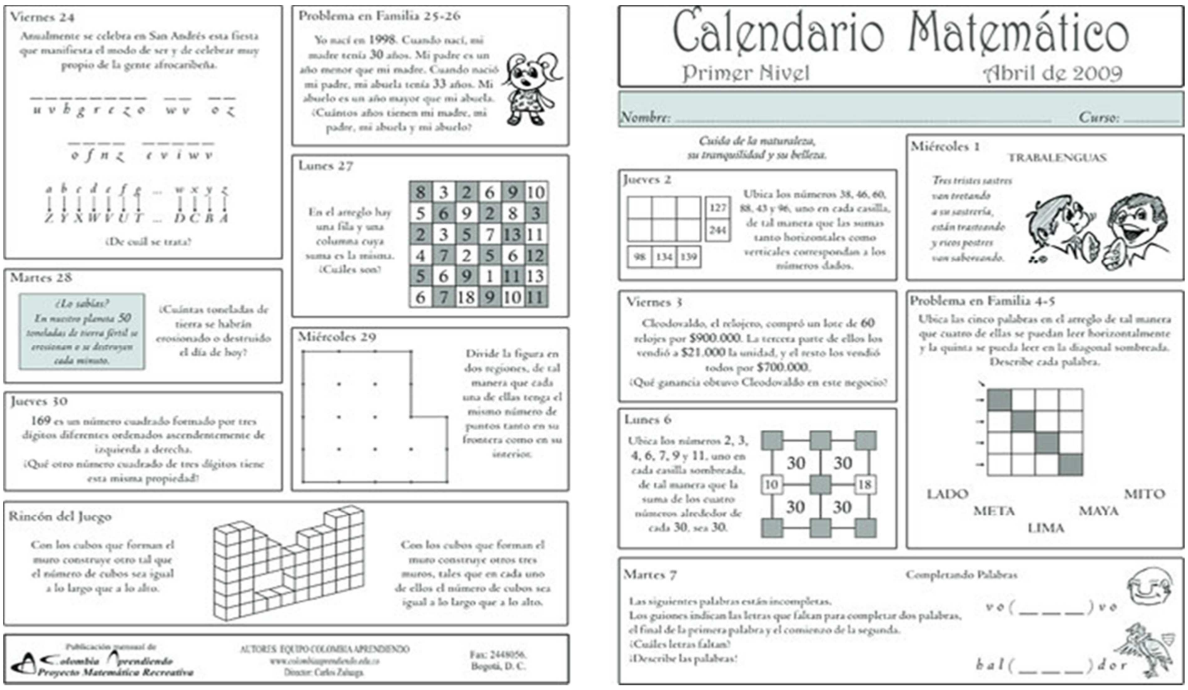
- Semanario
- Grandes Pensadores
- Primer Nivel
- Segundo Nivel

---

[4] http://www.colombiaaprendiendo.edu.co/material-del-proyecto/calendario-matematico/

- Tercer Nivel
- Cuarto Nivel
- Quinto Nivel

Estos niveles van de menor a mayor dificultad y siempre tienen un problema diario para cada mes incluidos sábados y domingos que son denominados como “problema en familia “. Un ejemplo del Calendario Matemático de Primer Nivel es el siguiente:



Gráfica N° 1: **Calendario Matemático Primer Nivel Abril de 2009.**
Fuente: Página web de Colombia Aprendiendo, previamente autorizada por el director de “Colombia Aprendiendo”, Carlos Zuluaga.

El calendario matemático es un material que Carlos Zuluaga adaptó, de otros países para abordarlo en Colombia; como lo manifestó en entrevista realizada el 21 de Julio de 2011, Él no inventó el calendario, lo que él hizo fue observar que, en varias partes del mundo, este se usaba como una estrategia de aprendizaje de las matemáticas y se hizo una pregunta: "¿si el calendario funciona en otros países porque no puede funcionar en Colombia?", entonces con un equipo de trabajo se dieron a la tarea de construir ese tipo de problemas.

Soporte psicométrico

En la investigación, se va a utilizar el soporte que brinda el estudio que se ha hecho sobre el Examen de habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA) realizado en México que ha ido dando a conocer sus estándares de calidad.

Para ello, es necesario tener conocimiento de lo que significa la psicometría que es la que se encarga de la medición en psicología y por ello utiliza modelos matemáticos para construir tests que permiten garantizar la fiabilidad y validez de estas herramientas.

Existen tres teorías psicométricas que son:

- Teoría Clásica de los Tests (TCT)
- Teoría de la Generalizabilidad (TG), y
- Teoría de la respuesta al Ítem (TRI)

Es importante mencionar que en esta investigación se va a construir una prueba de entrada y salida (similar a la de entrada), que estará basada en el calendario matemático, como herramienta fundamental en el proceso de investigación, pues su eje principal es el enfoque de planteamiento y resolución de problemas. Por tal razón, no se pretende validar la prueba sino ver el comportamiento de los estudiantes y los ítems frente a la misma, puesto que el interés aquí es observar si existen cambios frente a la resolución de problemas con la utilización del calendario matemático.

Además, se tomará como base para analizar el comportamiento de las preguntas de la prueba de entrada y salida, todo el trabajo que se ha realizado frente al análisis de ítems y los resultados de los indicadores de los reactivos (preguntas) , con respecto al nivel de dificultad y poder de discriminación del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA) que se hace en México.

Frente al análisis de las preguntas, se tiene en cuenta los siguientes índices.

Índice de dificultad

> El nivel de dificultad de un ítem que se entiende “como la proporción de personas que responden correctamente a un reactivo de una prueba. Para calcular la dificultad de un ítem, se divide simplemente el número de personas que contesto correctamente el ítem entre el número total de personas que contestó el ítem” (Backhoff, Lazarrolo y Rosas, 2000, p.14). La siguiente es la fórmula para hacer el cálculo:

$$P_i = \frac{A_i}{N_i}$$

donde P_i es el índice de dificultad de la pregunta *i*

A_i es el número de aciertos en la pregunta *i*

N_i es el número de aciertos más el número de errores en la pregunta *i* (p.14)

Backhoff, Lazarrolo y Rosas (2000) afirman que:

> De acuerdo con el manual de EXHCOBA, el nivel medio de dificultad del examen debe oscilar entre 0.5 y 0.6, distribuyéndose los valores de *p* de la siguiente manera: 5% de reactivos fáciles, 20% medianamente fáciles, 50% con una dificultad media, 20% medianamente difíciles y 5% difíciles. (p.14)

La **tabla 3** muestra lo anteriormente descrito,

Tabla 3

INDICE DE DIFICULTAD DEL REACTIVO	
EXHCOBA (Proporción)	**CLASIFICACIÓN DEL REACTIVO**
0.00 – 0.05	Difícil
0.06 – 0.25	Medianamente difícil
0.26 – 0.75	Media
0.76 – 0.95	Medianamente fácil
0.96 – 1.00	Fácil

Nota: Índice de facilidad o índice de dificultad (IF), tomado de presentación PDF "Descripción del nivel de facilidad y poder de discriminación del examen de inferencia estadística en métodos estadísticos en medicina veterinaria y zootecnia". MC Ma. Guadalupe Sánchez González, Dra. Graciela Guadalupe Tapia Pérez. Fac. de Medicina veterinaria y Zootecnia. UNAM. Departamento de Genética y Bioestadística.

Índice de discriminación

En el trabajo se va a usar el índice de discriminación que está dado por la fórmula, que Backhoff, Lazarrolo y Rosas, (2000) presentan:

$$D_I = \frac{GA_{aciertos} - GB_{aciertos}}{N_{grupo\ mayor}}$$

donde Di es el índice de discriminación de la pregunta i

GAaciertos es el número de aciertos en la pregunta i

del 27% de personas con las puntuaciones más altas en el test.

GBaciertos es el número de aciertos en la pregunta i del

27% de personas con las puntuaciones más bajas en el test.

Ngrupomayor es el número de personas en el grupo más numeroso

(GA o GB) (p.15)

El valor del índice de discriminación diferenciará más a las personas con altas y bajas calificaciones, si es muy alto el resultado. El valor máximo es 1 cuando todas las personas de GA contestan correctamente una pregunta y todas las personas GB contestan incorrectamente; el valor máximo negativo es – 1 si ocurre lo contrario y si ambos grupos responden por igual el valor es 0. (Backhoff, Lazarrolo y Rosas, 2000, p.15)

La **tabla 4** muestra el poder de discriminación de las preguntas según el valor de *D*

Tabla 4

PODER DE DISCRIMINACIÓN DE LOS REACTIVOS SEGÚN SU VALOR D		
D=	**CALIDAD**	**RECOMENDACIONES**
>0.39	Excelente	Conservar
0.30 – 0.39	Buena	Posibilidades de mejorar
0.20 – 0.29	Regular	Necesidad de revisar
0.00 – 0.20	Pobre	Descartar o revisar a profundidad
< - 0.01	Pésima	Descartar definitivamente

Nota**:** poder de discriminación de los reactivos según su valor D, empleando a Escudero, E. B., Larrazolo Reyna, N., & Rosas Morales, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del examen de habilidades y conocimientos básicos (EXHCOBA). *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 2*(1), p.15

Además del análisis de preguntas, está la descripción del instrumento de EXHCOBA y sus resultados.

Soporte curricular

Como en matemáticas se está trabajando, a nivel mundial, con base en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, como lo manifiesta Carlos Zuluaga[5]:

> En este momento, en matemáticas, se puede ver que en la programación o currículo de cualquier país, aparece la palabra "*problem solving*" que es el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, pues

[5] Carlos Zuluaga manifiesta esto en entrevista dada a Sandra Katterine Becerra Africano, el día 21 de Junio de 2011.

este enfoque no solo debe propender porque una persona se vuelva buena solucionando problemas sino también buena planteándolos. En la medida en que, un individuo es bueno solucionando ese mismo proceso de solucionar le está enseñando a plantearse preguntas, a plantearse problemas. Este enfoque es mundial, es el que se está proponiendo para matemáticas. (p. 69)

Cuando se habla del enfoque de planteamiento y resolución de problemas se está distinguiendo entre la práctica de algoritmos y procedimientos, que muchos matemáticos los llaman *problemas rutinarios o ejercicios* puesto que lo que se hace es replicar un algoritmo, replicar una serie de reglas que conducen al final a una respuesta que si se aplicó bien, esa respuesta es correcta.

El enfoque de planteamiento y resolución de problemas es mucho más amplio, allí quizá lo que menos importa es la respuesta lo que es relevante son los procesos, es decir, cómo se están pensando los razonamientos; por eso el Ministerio de Educación Nacional tiene, en su documento, tres aspectos que son fundamentales: primero, trabajar alrededor de problemas; segundo, ese trabajo debe fortalecer o ayudar a desarrollar la capacidad de pensamiento; y tercero, las habilidades comunicativas. Eso, sí se ha investigado en el mundo: el impacto que tienen los problemas, como situaciones ante las cuales “cuando las vea las entiendo pero no sé qué hacer”, entonces ahí es cuando el cerebro empieza a funcionar buscar mecanismos de solución, hasta que, poco a poco, el cerebro va encontrando una manera de resolver el problema y eso se llama una *estrategia*, eso sí se ha sido investigado. Carlos Zuluaga dice: “Que haya sido investigado el calendario como una colección de 30 problemas no conozco, pero aparte, problemas aislados sí.”

Los lineamientos y estándares curriculares están inmersos en la resolución de problemas como un tema indispensable a la hora de abordar el currículo de matemáticas, tanto nacional como internacionalmente.

Carlos Zuluaga lo confirma pues tanto a nivel nacional como internacional, se está hablando de resolución de problemas en matemáticas. Es por eso que, en 1987, un grupo de miembros de la "*Commission on Standars for School Mathematics*" que fue creada por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM), realizó los “Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática”; donde se refleja el análisis del currículo de matemáticas y la evaluación, teniendo en cuenta que el contenido de dichos estándares fuera apropiado para todos los estudiantes. Lo primero que se consideró para la construcción de los estándares fueron los contenidos matemáticos, "el segundo aspecto de cada estándar especifica las actividades que se esperan por parte de los estudiantes asociadas con el uso de las matemáticas" (Estándares, p.10) y finalmente se tiene el centro de atención y discusión donde se especifica que "la docencia debe ser desarrollada a partir de situaciones problema... Las situaciones han de ser lo suficientemente simples como para que las pueda manejar, pero lo suficientemente complejas como para que permitan una pluralidad de enfoques" (Estándares, p.11). Los estándares se dividen en: r*esolución de problemas*, comunicación, razonamiento y conexiones matemáticas.

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) también planteó unos “Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas”, en el 2003, donde se presentan “los cinco procesos generales de la actividad matemática que coinciden con los que se contemplan en los Lineamientos Curriculares de matemáticas que son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (Estándares, p. 51). Es importante mencionar que los estándares están divididos de acuerdo a los cinco tipos de pensamiento matemático que son: Numérico, Geométrico, Métrico, Variacional y Aleatorio. Dichos estándares van de grado primero a once distribuidos en 5 ciclos que son:

- Ciclo 1: De 1° a 3°
- Ciclo 2: De 4° a 5°
- Ciclo 3: De 6° a 7°
- Ciclo 4: De 8° a 9° y
- Ciclo 5: De 10° a 11°.

Soporte pedagógico

Este referente teórico refleja el modelo pedagógico que se seguirá para el trabajo con el calendario matemático regido por el del Colegio Alexander Fleming

I.E.D. donde se desarrollará el proyecto. Dicho modelo es el constructivismo y está enfocado, desde la misión institucional donde se propende por la formación integral de los jóvenes mediante el desarrollo del pensamiento sistémico.

Constructivismo

El constructivismo es un modelo pedagógico cognitivo cuya característica es la educabilidad, es decir, propende porque el estudiante sea el autogestor de su proceso de aprendizaje mediante la autonomía y el desarrollo todas sus potencialidades; donde el conocimiento es visto como una construcción no algo estático y concluido, y donde el docente es un guía y mediador en el proceso motivando el aprendizaje del sujeto.

Las relaciones entre el docente, el discente y el conocimiento están dadas por la **tabla 5**

Tabla 5

PAPEL DE LOS AGENTES DEL MODELO		
2. COGNITVO		
DOCENTE	**DISCENTE**	**CONOCIMIENTO**
Es un mediador del conocimiento. Promueve el aprendizaje Genera comunicación Ejerce liderazgo Pensador universal, abstracto y concreto	Sujeto crítico Autonomía de aprendizaje Autocontrol del tiempo Autogestor del proceso Propositivo	Concertación contenidos En construcción Histórico Innovación

Nota: Papel de los agentes del modelo, utilizando Modelos pedagógicos. (p.4) de la página web *www.iucesmag.edu.co/reglamentos/modelos.pdf*

En todo proceso académico se deben responder los siguientes interrogantes que corresponden a un elemento del proceso como se puede ver en la **tabla 6**.

Tabla 6

INTERROGANTES EN EL PROCESO ACADÉMICO		
N°	**PREGUNTA**	**ELEMENTO**
1	¿Para qué enseñar?	Propósito
2	¿Qué enseñar?	Contenidos
3	¿Cuándo enseñar?	Secuenciación
4	¿Cómo enseñar?	Metodología
5	¿Con qué enseñar?	Recursos Educativos
6	¿Cómo se cumple?	Evaluación

Nota: Interrogantes en el proceso académico fue tomado de Modelos pedagógicos. (p.6) de la página web *www.iucesmag.edu.co/reglamentos/modelos.pdf*

Así todo lo que se da en el proceso educativo debe estar diseñado bajo los parámetros de las preguntas anteriormente presentadas en coherencia con los planteamientos del modelo pedagógico constructivista.

Al utilizar el constructivismo dentro de un proceso educativo es indispensable mencionar que el aprendizaje en dicho proceso es significativo, esto implica que la concepción de educando tiene que ir ligada con un sujeto con conocimientos previos que va aportar en su proceso y que por tanto lo que va a aprender debe tener un significado con respecto a lo que ya ha aprendido; por ello él puede reelaborarlo, interpretarlo o mejorarlo puesto que el conocimiento está en progresiva construcción, tiene una aplicabilidad y funcionalidad para el estudiante.[6]

> La importancia de los conocimientos previos del estudiante dentro del constructivismo se ven reflejados en la funcionalidad del aprendizaje pues debe existir la asociación o la relación de lo que ya se conoce con lo que se va a aprender para poder comprender la utilidad de los nuevos aprendizajes. Además de la asociación es importante que el estudiante esté dispuesto dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje; para ello, es necesario que la relación docente-estudiante sea cercana y permite un buen desarrollo de las actividades educativas.[7]
>
> Para evidenciar y evaluar la funcionalidad de los aprendizajes se debe establecer que los estudiantes tengan la capacidad relacionar, "definir y representar procesos y organizar y estructurar su desarrollo" (El constructivismo. Fundación Instituto de Ciencias del Hombre, párr. 3)

---

[6]Basado en archivo PDF: "El constructivismo". Fundación Instituto de Ciencias del Hombre de la página web www.oposicionesprofesores.com/.../EL%20**CONSTRUCTIVISMO**.**pd**...

[7]Basado en archivo PDF: "El constructivismo". Fundación Instituto de Ciencias del Hombre

Pensamiento Sistémico

El pensamiento sistémico tiene origen en la Teoría General de Sistemas y aparece a finales del siglo XIX e inicios del siglo XX donde la idea de sistema, en esa época, se opone al método reduccionista tradicional de la ciencia. (Grupo de estudio CTS, 2009).

Con relación a la sistémica, el grupo de estudio CTS (Ciencia, Tecnología y Sociedad) (2009)[8] afirman que:

> La sistémica nace del debate relacionado con la ciencia, de ése debate Bertalanffy plantea la Teoría General de Sistemas, en ella se postula la idea de un método alternativo al método científico que piensa en las partes. La visión de Bertalanffy, la más conocida dentro de la Teoría Sistémica, es una visión mecánica y matemática de lo que es un sistema, pero también entra en crisis hacia los años sesenta. (p. 4)

Lo anterior representa la manera como aparece el pensamiento sistémico, ahora lo que interesa aquí es ver que significa dicho pensamiento. Como expresa Aljure (2007):

> Podemos entender el pensamiento sistémico como la capacidad de comprender las relaciones entre los diversos componentes de un

[8]En las memorias que hicieron sobre el texto "*Introducción al pensamiento sistémico*" de Joseph O'Connor e Ian McDermott

sistema organizacional que obtiene resultados deseados e indeseados. El Dr. Deming insiste en su libro La nueva economía[9] que solo existe un sistema cuando sus componentes se relacionan para buscar un fin común. Es decir, sin un fin común no habría sistema, lo que implica que nada más habría una serie de componentes desunidos y hasta competitivos individualmente. Teniendo en cuenta esta definición de sistema del Dr. Deming, el pensador sistémico ve los patrones y las estructuras de la organización a través del tiempo desde arriba sin perder de vista los detalles de los procesos, los recursos y las personas que la componen.

El pensador sistémico busca comprender a cambio de culpar, ya que sabe que las culpas traen consecuencias negativas para la organización y la gente. La comprensión de la dinámica de la organización en comparación con su visión de futuro es el objetivo del pensamiento sistémico. El aprendizaje es el objetivo principal, ya que sin aprendizaje estamos condenados a hacer lo mismo y a obtener lo mismo.

---

[9] Deming, W. E. La nueva economía: para la industria, el gobierno y la educación. Díaz de Santos, Madrid, España. 1994.

El pensamiento lineal es lo opuesto al pensamiento sistémico.[10] (p. 2)

El pensamiento sistémico no es lineal sino circular, como lo afirman los integrantes del grupo de estudio CTS donde afirman que:

> El pensamiento sistémico es un pensamiento circular. Esto implica que está asociado a una estructura que permite, a través de bucles de retroalimentación, una transformación constante. Teniendo en cuenta (sic) que si todas las partes cambian el sistema cambiará; es posible plantear que si el estímulo se transforma, a través de la retroalimentación, es decir de la reacción que tiene el sistema que se regenera en forma de estímulo. (p.4)
>
> En el ámbito educativo el pensamiento sistémico se enfoca en una visión constructivista, como lo mencionan en las memorias los integrantes del grupo de estudio CTS, es decir una visión dinámica y como también lo expresa Compañ[11] (s.f.)

El enfoque sistémico, aplicado al campo educativo, contempla la conexión entre los individuos y el contexto: tanto el inmediato, familiar, educativo, entre iguales, como el más amplio y genérico, social, político, religioso, cultural, etc.,

---

[10]Tomado del "Pensamiento sistémico: la clave para la creación de futuros realmente deseados. Por juan Aljure león en Diciembre de 2007 para la revista ELEGIR Volumen 9"

[11]Tomado de "*El modelo sistémico aplicado al campo educativo. APLICACIONES*" en la página web www.iaf-alicante.es/imgs/ckfinder/.../PUB_Modelo_sistémcio_ES.pdf

teniendo en cuenta sus interacciones recíprocas en un constante feed-back de comunicación.

Esta metodología, en contraposición a la reduccionista, favorece una visión integradora de los fenómenos, capaz de relacionar circularmente las partes y de sustituir los conceptos que hablan de "sumatividad" por aquellos que hablan de "totalidad". Esta visión, también llamada ecológica, permite ver cómo el grupo (familia, centro, alumnos, etc.) no se adapta a un ambiente dado sino que coevoluciona con el ambiente.

En base a este modelo, se define el Centro Educativo (CE) como un sistema abierto, compuesto de elementos humanos que se relacionan entre sí y que tienen características propias. Se subdivide en subsistemas que, como el sistema, son identificables a través de la definición de sus Límites, Funciones, Comunicación y Estructura. (párr. 1-3)

Desde esta perspectiva la educación tiene un cambio significativo como lo menciona Compañ (s.f.)

> Los docentes del siglo XXI se enfrentan al reto de que su "asignatura" es algo más que su asignatura pues, como dice M. Castell "hemos entrado en un mundo verdaderamente multicultural e interdependiente que sólo puede comprenderse desde una perspectiva plural que articule identidad cultural, interconexión global y política multidimensional."

> Educara los jóvenes de ahora, desde la única posición de aumentar sus conocimientos, es difícil, pues se mueven en un mundo cargado de información a la que acceden fácilmente en su entorno.
>
> Pero el apoyo afectivo no lo dan Internet ni los videojuegos; sin embargo el contacto diario, la relación, la educación en su sentido global, el profesor como referente en el proceso de convertirse en "persona", siguen estando en manos del educador dispuesto a afrontar el cambio. En esta línea, la diversificación curricular puede ser un ejemplo. (párr. 1-3)

La aplicación del enfoque sistémico en el campo de la educación genera cambios en las concepciones tradicionales de educando, educador y conocimiento; donde las metodologías tienen que ser más abiertas y no tan cerradas como lo eran en la antigüedad, es decir con una visión más relacionada con la construcción del conocimiento en todos los aspectos de la vida de un ser humano.

Soporte Conceptual

En esta parte se darán por sentados los siguientes términos con su respectivo significado dentro de la investigación.

Problema

Como lo menciona García (2011):

> Polya (1962): establece que tener un problema significa "buscar conscientemente con alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar." Esta caracterización identifica tres componentes de un problema: (Citado por Santos Trigo, 1994).
>
> a) Estar consciente de una dificultad.
>
> b) Tener deseos de resolverla.
>
> c) La no existencia de un camino inmediato para resolverla. (párr. 8)

Resolver un problema.

Polya indica que, para resolver un problema se debe tener en cuenta que es un diálogo en el que existen 4 fases de trabajo:

- Primero, **comprender el problema**, es decir, ver claramente lo que se pide, familiarizándose con el problema.
- Segundo, *concebir un plan*, es decir, captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que conecta a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y obtener un plan de solución.
- Tercero, **ejecución el plan**, lo que quiere decir, que hay que buscar una estrategia para encontrar una solución al problema.

- Cuarto, **Examinar la solución obtenida** esto es, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

En estas cuatro fases se debe buscar dar respuesta a los siguientes interrogantes en cada etapa: ¿por dónde debo empezar?, ¿qué puedo hacer? y ¿qué gano haciendo esto?

Razonamiento

Concepción cognitiva

Para esta concepción, el razonamiento es "*aquella actividad que tiene un objetivo preciso pero que no suele usar procedimientos rutinarios*" (Jonson-Laird). Los procesos deductivos no se realizan, generalmente, de forma automática. Es independiente del sustrato físico. Aunque animales y humanos realicen inferencias, es independiente del sustrato físico, ya que los ordenadores resuelven problemas de lógica, tanto inductivos como deductivos.

Sin embargo, estableciendo un consenso en lo expuesto por las múltiples visiones sobre lo que es el razonamiento, podemos trabajar sobre la base de que:

El razonamiento corresponde a una acción de pensar, ordenando ideas en la mente, para llegar a deducir una consecuencia o conclusión (Universidad de Chile. "Las Matemáticas: Dogma y Racionalismo")

Brainstorming

"Tiene por finalidad ayudar a un grupo de personas que se enfrentan colectivamente con un problema bien definido" (Sal Terrae, Santander, 1987)

Soporte Estadístico

El referente estadístico que a continuación se presentará muestra los conceptos que se manejarán dentro de la investigación para demostrar la hipótesis de investigación. Dichos conceptos son:

Distribución Normal

Variable aleatoria continua, **X**, cuya función de densidad presenta la siguiente estructura:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}} \quad , -\infty < \boldsymbol{x} < \infty$$

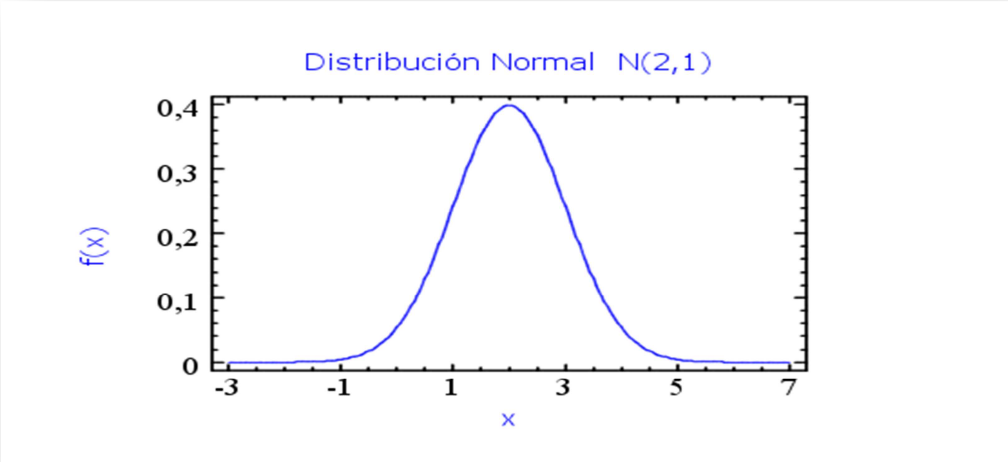
$$donde\ \boldsymbol{\mu}\ y\ \boldsymbol{\sigma}\ son\ constantes, con\ \boldsymbol{\sigma} > \mathbf{0}$$

Este modelo de probabilidad, conocido como **distribución normal o de Gauss**,

$$N(\mu, \sigma), de\ parámetros\ \mu\ y\ \sigma$$

desempeña un papel fundamental en Estadística. Un caso particular de la gráfica de su función de densidad, identificada como **campana de Gauss**:[12]

[12]Tomado de e-stadistica.bio.ucm.es/glosario/distr_**normal**.html



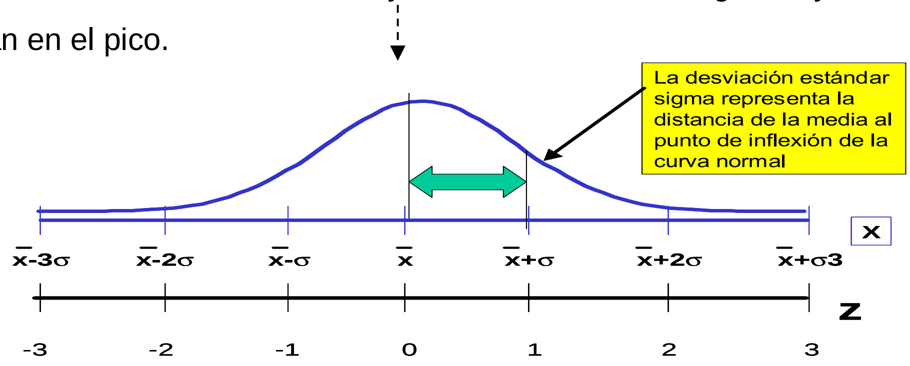
Gráfica N° 2: **Distribución Normal**
Fuente: Página web e-stadistica.bio.ucm.es/glosario/distr_**normal**.html

Referido a la distribución normal, Reyes (2007) afirma que:

> La distribución normal es una de las distribuciones más usadas e importantes. Se ha desenvuelto como una herramienta indispensable en cualquier rama de la ciencia, la industria y el comercio.
>
> Muchos eventos reales y naturales tienen una distribución de frecuencias cuya forma es muy parecida a la distribución normal. La distribución normal es llamada también campana de Gauss por su forma acampanada.
>
> Cuando se incluyen todos los datos de un proceso o población, sus parámetros se indican con letras griegas, tales como: promedio o media = μ *(mu)*, y desviación estándar (indicador de la dispersión de los datos) = σ *(sigma)*.
>
> Para el caso de estadísticos de una muestra se tiene media = $\bar{X}$ y desv. est.= ***s***.

Propiedades de la distribución normal estándar

- La distribución normal estándar tiene media μ = 0 y desviación estándar σ =1. La media, Mediana y Moda coinciden, son iguales y se localizan en el pico.



Gráfica N° 3: Propiedades de la distribución normal
Fuente: DISTRIBUCIÓN NORMAL /PRUEBA NORMALIDAD/ TRANSF. DATOS P. Reyes / Sept. 2007

- El área bajo la curva o probabilidad de menos infinito a más infinito vale 1.
- La distribución normal es simétrica, la mitad de curva tiene un área de 0.5.
- La escala horizontal de la curva se mide en desviaciones estándar.
- La forma y la posición de una distribución normal dependen de los parámetros μ, σ, por lo que hay un número infinito de distribuciones normales. (p. 3-4)

Prueba De Hipótesis Para El Cociente De Varianzas

En el trabajo de investigación se va a usar la prueba de hipótesis para el cociente de varianzas para determinar si las poblaciones tienen la misma varianza o no, de acuerdo con la prueba inicial y final que se le hará a los grupos experimental y de control.

Como se menciona en la página web de la Universidad nacional de Colombia Sede Manizales:

> Si de dos poblaciones con distribución normal se seleccionan dos muestras aleatorias independientes de tamaños n_1 y n_2 , se puede comparar la homogeneidad o variabilidad de dichas poblaciones a través de una prueba de hipótesis para el cociente de varianzas.
>
> Cuando se planteen las hipótesis debe quedar en el numerador la población cuya muestra tenga mayor varianza. Es decir que la población 1 será la que tenga mayor varianza muestral.
>
> *Hipótesis*
>
> Se puede plantear uno de los siguientes tres tipos de hipótesis:
>
> - Prueba de hipótesis a dos colas

H$_0$: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ó H$_1$: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$

H$_1$: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ó H$_1$: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq 1$

- Prueba de hipótesis a una cola superior

H$_0$: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ó H$_1$: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \leq 1$

H$_1$: $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ó H$_1$: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 > 1$

- Prueba de hipótesis a una cola inferior

H$_0$: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ó H$_1$: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \geq 1$

H$_1$: $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ó H$_1$: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 < 1$

La estadística de trabajo es la expresión

$$T = \frac{n_1(n_2-1)S_1^2\,\sigma_2^2}{n_2(n_1-1)S_2^2\,\sigma_1^2} \sim F(n_1-1, n_2-1)$$

Regla de decisión

Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

H$_0$: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ó H$_1$: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$

H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ó H_1: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq 1$ se tiene una prueba de hipótesis a dos colas, por lo tanto, el nivel de significancia (α) se divide en dos partes iguales, quedando estos valores en los extremos de la distribución (…)

$Z_{\alpha/2}$ y $Z_{1-\alpha/2}$ pertenecen a una distribución F con (n_1 -1) grado de libertad en el numerador y (n_2-1) grado de libertad en el denominador. Si el valor de la estadística de trabajo (T) está entre $Z_{\alpha/2}$ y $Z_{1-\alpha/2}$ no se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza H_0 lo cual implica aceptar H_1. Es decir, si $Z_{\alpha/2} < T < Z_{1-\alpha/2}$ no se rechaza H_0.

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

H_1: $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ ó H_1: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 > 1$ se tiene una prueba de hipótesis a una cola superior, quedando el nivel de significancia (α) en la parte superior de la distribución

$Z_{1-\alpha}$ pertenece a una distribución F con (n_1 -1) grado de libertad en el numerador y (n_2 -1) grado de libertad en el denominador. Si el valor de la estadística de trabajo (T) es menor que $Z_{1-\alpha}$ no se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza H o lo cual implica aceptar H_1. Es decir, si $T < Z_{1-\alpha}$ no se rechaza H_o.

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

H_1: $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ ó H_1: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 < 1$, se tiene una prueba de hipótesis a una cola inferior, quedando el nivel de significancia (α) en la parte inferior de la distribución (…)

Z_α pertenecer a una distribución F con (n_1 -1) grado de libertad en el numerador y (n_2 -1) grado de libertad en el denominador. Si el valor de la estadística de trabajo (T) es mayor que Z_α no se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza H o lo cual implica aceptar H_1. Es decir, si $T > Z_\alpha$ no se rechaza H_0.[13] (cap. 3)

Prueba De Hipótesis Para Diferencia De Medias

Luego de aplicar la prueba de hipótesis para el cociente de varianzas y determinar si son iguales o no, se hará la prueba de hipótesis para diferencia de medias y así poder concluir si los promedios fueron iguales o no, tanto para la prueba inicial y final que aplicó a los grupos experimental y de control.

---

[13]Tomado de la página web

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4030006/lecciones/capitulotres/tema5.html

La prueba de hipótesis para diferencia de medias está planteada en la página web de la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, de la siguiente manera:

> Se tienen dos poblaciones y se toman muestras aleatorias independientes de tamaños n 1 y n 2, se puede comparar el comportamiento de dichas poblaciones a través de los promedios.
>
> *Hipótesis*
>
> Como en los casos anteriores se puede plantear uno de los siguientes tres tipos de hipótesis:
>
> - Prueba de hipótesis a dos colas
>
> $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ó $H_0: \mu_1 - \mu_2 = k$
>
> $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ ó $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq k$
>
> - Prueba de hipótesis a una cola superior
>
> $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ó $H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq k$
>
> $H_1: \mu_1 > \mu_2$ ó $H_1: \mu_1 - \mu_2 > k$

- Prueba de hipótesis a una cola inferior

H_0: $\mu_1 = \mu_2$ ó H_0: $\mu_1 - \mu_2 \geq k$

H_1: $\mu_1 < \mu_2$ ó H_1: $\mu_1 - \mu_2 < k$

La estadística de trabajo depende de las características de las poblaciones y del tamaño de las muestras.

Prueba de hipótesis para la diferencia de medias, si las muestras se obtienen de poblaciones con distribución normal, con varianzas poblacionales conocidas, la estadística de trabajo es la expresión:

$$Z_{\overline{x_1 - x_2}} = \frac{(\overline{x_1} - \overline{x_2}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

Regla de decisión

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

H_1: $\mu_1 > \mu_2$ ó H_1: $\mu_1 - \mu_2 > k$ se tiene una prueba de hipótesis a dos colas, por lo tanto, el nivel de significancia (α) se divide en dos partes iguales, quedando estos valores en los extremos de la distribución (…)

$Z_{\alpha/2}$ y $Z_{1-\alpha/2}$ pertenecen a una distribución Normal estándar. Si el valor de la estadística de trabajo está entre $Z_{\alpha/2}$ y $Z_{1-\alpha/2}$ no se rechaza la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza H_0 lo cual implica aceptar H_1. Es decir,

$$\textit{Si } Z_{\alpha/2} < Z_{\overline{x_1}-\overline{x_2}} < Z_{1-\alpha/2} \quad \textit{no se rechaza } H_0$$

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

H_1: $\mu_1 > \mu_2$ ó H_1: $\mu_1 - \mu_2 > k$, se tiene una prueba de hipótesis a una cola superior, quedando el nivel de significancia (α) en la parte superior de la distribución, (…)

$Z_{\alpha/2}$ pertenece a una distribución Normal estándar. Si el valor de la estadística de trabajo es menor que $Z_{1-\alpha/2}$ se acepta la hipótesis nula, en caso contrario se rechaza H_0 lo cual implica aceptar H<sub>1 . Es decir,

$$\textit{Si } Z_{\overline{x_1}-\overline{x_2}} < Z_{1-\alpha} \quad \textit{no se rechaza } H_0$$

- Si se ha planteado la hipótesis alternativa como:

H_1: $\mu_1 < \mu_2$ ó H_1: $\mu_1 - \mu_2 < k$, se tiene una prueba de hipótesis a una cola inferior, quedando el nivel de significancia (α) en la parte inferior de la distribución, (…)

Z_α pertenece a una distribución Normal estándar. Si el valor de la estadística de trabajo es mayor que Z_α no se rechaza la hipótesis nula, caso contrario se rechaza H_0 lo cual implica aceptar H_1. Es decir,[14] (cap. 3)

$$\textit{Si } Z_{\overline{x_1}-\overline{x_2}} > Z_\alpha \quad \textit{no se rechaza } H_0$$

[14]Tomado de la página web

http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4030006/lecciones/capitulotres/tema5.html

DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

Recopilación y revisión preliminar de la información

Desde el inicio de la maestría se pretende encontrar el problema de investigación, después de definirlo, durante el mes de Mayo, se empieza a recopilar la información necesaria para darle mayor sentido y validez a la pregunta de investigación; por ello se indaga por medios virtuales, en diferentes documentos físicos y en la institución donde se pretende hacer efectivo el proyecto para visualizar si hay viabilidad frente a la investigación. Se encuentra que si es viable y en el primer encuentro interdisciplinario se acepta la factibilidad del proceso.

Construcción del estado del arte y del marco teórico

El estado del arte y el marco teórico se ha ido alimentando a finales de Mayo del año 2011, este proceso se inicia después de la presentación del problema en el primer encuentro interdisciplinario realizado los días 31 y 2 de Junio de 2011.

Con el apoyo del director de la investigación Luis Eduardo Pérez, quien orienta el seminario introducción a la investigación por áreas de interés, se concreta la consolidación de la manera cómo hacer la construcción del estado del arte y el marco teórico.

Primero, se busca información sobre investigaciones que se hayan realizado sobre el calendario matemático y el planteamiento y resolución de problemas pero se encuentra poca información frente a lo que se refiere al calendario matemático.

Al mismo tiempo se inicia el proceso de construcción del marco teórico; en primer lugar, se buscan referentes teóricos sobre resolución de problemas y posteriormente, se empiezan a analizar los soportes que se necesitan para sustentar el proyecto, encontrando cuatro que son: soporte de resolución de problemas, psicométrico, curricular y pedagógico.

Entrevista

El señor Carlos Zuluaga Matemático es el director de Colombia Aprendiendo, empresa que hace el calendario matemático en Colombia, y fue quien trajo la idea de implementar esta herramienta en el país; él es un matemático diplomado de la Universidad Técnica de Ilmenau. República Federal Alemana, es Especialista en Teoría de Grafos - Universidad de Ilmenau. República Federal Alemana.

El calendario matemático es un instrumento que se viene trabajando desde finales de la década de los noventa, por el profesor Carlos Zuluaga, y tiene como finalidad "contribuir a desarrollar el **Enfoque de Planteamiento y Resolución de Problemas** a través del trabajo de un problema cada día. De ahí que el lema del calendario sea: *"Un problema para cada día y un día para cada problema."*" (Colombia aprendiendo, s.f., párr. 1)

Debido a la importancia que tiene la herramienta dentro de la investigación, el día 21 de junio de 2011 se le hace una entrevista a Carlos Zuluaga, convenida mediante cita previa, con el fin de hacer una arqueología del calendario matemático, en esa entrevista se enfoca en tres aspectos: historia, construcción y aplicación.

La entrevista fue semiestructurada ya que, parten de un guión elaborado que determine aquella información relevante que se quiere obtener. Las preguntas que se realizan son abiertas. Se permite al entrevistado la realización de matices en sus respuestas, lo que hace que éstas adquieran un valor añadido en torno a la información que den. Durante el transcurso de la entrevista se relacionan temas y se construye un conocimiento generalista y comprensivo de la realidad del entrevistado. Esto hace que el investigador deba mantener un alto grado de atención en las respuestas del entrevistado para poder interrelacionar los temas y establecer las conexiones. (Gómez, et al, s.f., p.2)

La entrevista consta de 19 preguntas distribuidas de la siguiente manera: 6 se refieren a la historia del calendario matemático, 5 tienen que ver con la manera como se construye el calendario y 8 tienen que ver con la manera cómo se ha sido el proceso de aplicación de la herramienta.

La entrevista fue grabada, con autorización del entrevistado, y los resultados de la misma fueron transcritos; el tiempo de duración de la misma fue de 44 minutos con 53 segundos.

A continuación, la entrevista realizada al señor Carlos Zuluaga sobre el Calendario matemático se da a conocer, gracias a la autorización del entrevistado que previamente revisó el escrito y estuvo de acuerdo con la publicación del mismo dentro del proyecto.

Entrevista Carlos Zuluaga Sobre Calendario Matemático (CM)

Historia

1. ¿De dónde y cómo surgió la idea de hacer un CM?

Yo, Carlos Zuluaga, no inventé el calendario. Observé que en varias partes del mundo el Calendario Matemático se usa como una estrategia de aprendizaje de las matemáticas y me hice una pregunta: *"¿Si el calendario funciona en otros países, por qué no puede funcionar en Colombia?".* Entonces, con un equipo de trabajo, nos dimos a la tarea de construir ese tipo de problemas.

2. ¿Cómo concibe el trabajo con el CM?

Cuando uno es docente de Matemáticas está pensando en estrategias que lleven a que los estudiantes se interesen por el área, no que las vean como algo que tienen que estudiar. En nuestro medio, aprender matemáticas se ha convertido en memorizar una cantidad de fórmulas para defenderse en las evaluaciones y ese no es el sentido de nuestro trabajo.

3. ¿Cuál es el objetivo del CM?

El objetivo principal del calendario es que el estudiante se interese y desarrolle su pensamiento matemático. Si se logra que los estudiantes desde pequeños inicien este trabajo, cuando llegan a secundaria ya son poseedores de una disciplina que les permite continuarlo y enriquecerse permanentemente.

4. ¿En qué países se desarrolla el CM?

Yo tuve la oportunidad de estudiar en Alemania y allí hay calendario matemático; también lo hay en Francia, Estados Unidos, Canadá, España.

El calendario es una estrategia que ha tomado mucha fuerza y la idea viene de muy atrás, pues muchos maestros “exitosos” de matemáticas han utilizado esa estrategia con la idea de un problema semanal, un problema mensual o, como en nuestro caso, un problema diario. Y calendario quiere decir, precisamente eso, un problema para cada día del año.

Detrás de esto hay un objetivo adicional y es que cuando uno dedica su vida a alguna disciplina, esa disciplina está hablando de algo que uno hace periódicamente. Es decir, un buen profesional es una persona disciplinada, lo que significa que es una persona que está entregada a su quehacer y que aprovecha toda oportunidad para aprender un poco más.

Detrás del calendario está implícito el propósito, muy importante, de ayudarle a los estudiantes a desarrollar una disciplina personal de trabajo, y dicha disciplina se desarrolla cuando, por ejemplo, todos los días hace ejercicio con el fin de mantenerse sano. De la misma manera se debería, dentro de una disciplina particular, hacer un tipo de ejercicio para mantenerse activo en dicha disciplina.

5. ¿El enfoque de planteamiento y resolución de problemas es el mismo que se trabaja en todo el mundo?

En este momento, en matemáticas, se puede ver que en la programación o currículo de cualquier país aparece la palabra *“problem solving”*, que es el enfoque de planteamiento y resolución de problemas. Este enfoque no solo debe propender porque una persona se vuelva buena solucionando problemas sino también buena planteándolos. En la medida en que un individuo es bueno solucionando problemas, ese mismo proceso de solucionar le está enseñando a plantearse preguntas, a plantearse nuevos problemas. Este enfoque que es mundial, es el que se está proponiendo para matemáticas.

Yo estoy convencido que hacer matemáticas es aprender a resolver y a plantearse problemas. Lograr esto con los estudiantes sería el ideal, porque las definiciones y las formulas se encuentran en cualquier parte, pero la habilidad para resolver problemas hay que desarrollarla, hay que aprenderla. En un aula de clase se observa que hay estudiantes que se acercan a este ideal, que tienen aptitud; de estos estudiantes los docentes dicen que tienen inteligencia lógico matemática. El papel del docente es que los estudiantes lleguen a algún nivel, que los que pueden dar más pues que avancen más.

6. ¿Qué investigaciones se han hecho sobre CM?

Lo que se ha estudiado a nivel mundial es lo que se denomina ***problema,*** porque generalmente lo que la escuela tradicional ha trabajado son *algoritmos,* que son los que aprenden los estudiantes. En Colombia, lo que normalmente sigue haciendo un docente es explicar en el tablero el desarrollo de un algoritmo y luego los estudiantes replican esto con 10 o 20 ejercicios.

El enfoque de planteamiento y resolución de problemas es mucho más amplio. Allí quizá lo que menos importa es la respuesta, lo que es relevante son los procesos, es decir, cómo se está pensando. El Ministerio de Educación Nacional tiene, en el documento de estándares curriculares, tres aspectos que son fundamentales: primero, trabajar alrededor de problemas; segundo, ese trabajo debe fortalecer o ayudar a desarrollar la capacidad de razonamiento; y tercero, las habilidades comunicativas. Eso sí se ha investigado en el mundo: el impacto que tienen los problemas, como situaciones ante las cuales *"cuando se ven se entienden, pero no se sabe que hacer"*; es ahí cuando el cerebro empieza a funcionar, a buscar mecanismos de solución, hasta que, poco a poco, el cerebro va encontrando una manera de resolver el problema. Eso es lo que se llama una *estrategia.* Eso sí se ha investigado.

Ahora bien, no conozco que se haya investigado el calendario como una colección de 30 problemas, pero problemas aislados sí.

Una de las virtudes que tiene el calendario es que, en muchos colegios sucede, cuando a los estudiantes se les entrega la hoja de trabajo, que algunos se han vuelto expertos en determinado tipo de problemas e inician por ahí. Eso es lo importante, porque una persona puede aprender matemáticas de muchas maneras, no hay una sola forma. Lo que interesa es que todos los estudiantes, o la gran mayoría, se comprometan a resolver los problemas. Si inicialmente se comprometen con uno, dos o cinco, se ha ganado mucho. Ahora, siempre habrá estudiantes a los cuales el calendario les gusta mucho. En estos 15 años que lleva el proyecto, he escuchado a estudiantes que dicen que hacen todos los problemas y a padres de familia que también dicen lo mismo, porque este es un proyecto que va dirigido a toda la comunidad.

La investigación que se ha hecho es en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas. Allí está la gran dificultad en Colombia, debido a que *“como los docentes no fuimos formados en este enfoque nos cuesta trabajo implementarlo”*. Desde mi punto de vista la dificultad para implementar la estrategia Calendario Matemático en el aula radica, más que en los estudiantes, en los docentes. Hay muchos que, naturalmente, entienden de qué se trata el proyecto y se involucran en el trabajo, pero hay muchos otros que no. Allí está la dificultad, pues el estudiante se da cuenta cuando el docente no está interesado en el trabajo con calendario debido a que, *“llega y entrega la hojita y ya”;* y, claro, también se da cuenta cuando el docente se toma el trabajo muy en serio, cuando cuestiona permanentemente a los estudiantes, cuando atiende sus preguntas, cuando resuelve el calendario antes de trabajarlo con los jóvenes, ... Hay algo importante en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas y es que, como docente, no tengo que saberme todas las soluciones. Puede haber problemas que uno lee y no entiende. Por eso los docentes, cuando tienen alguna pregunta, pueden compartir sus inquietudes con otros colegas o con nosotros a través de Internet; allí intentamos responder a todas las inquietudes pues, a veces, hay temas que no son comunes en el currículo de matemáticas.

Construcción

7. ¿Quienes trabajan en el CM?

Se de algunos grupos que han intentado hacer un calendario y seguramente habrá algunos docentes que intentan hacer su propio calendario pero, fundamentalmente, después de estos 15 años, la comunidad matemática en Colombia, de alguna manera, ha reconocido que nosotros somos los que hemos estado dedicados a este trabajo. Porque no es fácil plantear cada mes los problemas, pues se tienen 6 niveles de calendario, cada uno con más o menos 25 problemas, y eso no es tarea sencilla.

Ahora cuando se ve a nivel mundial el movimiento y cómo hacen calendario en otras partes, ese es un trabajo que toma mucho tiempo. En Colombia, primero se hacen unos borradores a cargo de varios profesores; esos borradores se someten a varias revisiones para luego decidir publicarlo.

8. ¿Cuántas personas trabajan haciendo el CM?

Hay más de 10 profesores en Matemáticas, porque el proyecto no solo tiene el calendario sino que tiene: los cuadernillos “Más Actividades”, la cartelera de matemáticas, los afiches, la página de internet en la que se han colocan diversas actividades. Este es un trabajo bastante amplio, porque un objetivo del proyecto, a largo plazo, es que haya tal riqueza de actividades que ningún estudiante, que ningún miembro de la comunidad, pueda decir que de ahí no sirve nada, que no le gusta nada. Esperamos, ese es nuestro deseo, que a todo el mundo le guste algo. Si a una persona le gusta resolver un determinado tipo de problemas, pues ahí va a encontrar muchos problemas y así se aprende a *pensar matemáticamente*. Lo que se busca es desarrollar el pensamiento matemático, la capacidad que tiene una persona de enfrentarse a situaciones que tienen que ver con lo numérico, geométrico, estadístico, métrico y variacional.

9. ¿Cómo se construye el CM?

Los profesores que trabajan en el CM van escribiendo problemas y los van agrupando para cada nivel, luego hacen una revisión. Los problemas que se van acercando mucho a los que están en los textos se descartan, pues se buscan problemas que sean más adecuados o más cercanos al enfoque de planteamiento y resolución de problemas. Para poder crear problemas se tiene que consultar la bibliografía, y para ello se estudian muchos documentos a nivel mundial, así se trabaja en cuatro idiomas: español, inglés, francés y alemán. En español no hay tanta información porque no ha sido trabajado mucho en el mundo hispano, a pesar de que ha ido creciendo. Pero, los que más han avanzado, en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, son los que se denominan “la cultura anglosajona” como: Inglaterra, Estados Unidos, Alemania y los países del Este de Europa, que han sido muy fuertes en esto; Francia también tiene cosas muy destacables. Ojalá supiéramos otros idiomas porque hay mucha riqueza, por ejemplo, en Asia; pero es un trabajo muy interesante porque se aprende mucho y uno se va dando cuenta de cómo están planteando la matemática en otros países.

10. ¿Cómo perciben el CM, los que lo hacen?

Cuando se crea un problema hay que clasificarlo por niveles. Como los profesores que hacen parte de la construcción del CM han trabajado o están trabajando en colegios, desde primaria hasta secundaria, cuando preparan un problema procuran ubicarse en el lugar del estudiante, es decir, cuando crean el problema siempre se está pensando en cómo los estudiantes pueden resolverlo, con un poco de esfuerzo.

La idea de los problemas es muy positiva cuando se logra que este responda a las capacidades de los grados o las edades en las que están los estudiantes. Cuando se ha sido maestro uno se da cuenta cómo evolucionan los estudiantes con la edad, cómo ellos van creciendo intelectualmente, como el cerebro da unos saltos.

Si uno compara un niño de tercero de primaria con uno de quinto, uno sabe que el de quinto, en cierta medida, es un niño que pude asumir mayores responsabilidades. Digamos que esa experiencia es clave para plantear problemas; para que el problema no vaya a ser ni muy difícil que no lo puedan hacer ni tan fácil que no tenga mucho sentido.

11. ¿Los resultados que arrojan los problemas, con los estudiantes, corresponden a las percepciones que ustedes tenían cuando los planteaban?

Hay algo muy importante que diferencia al calendario en Colombia con el de otros en el mundo y es que aquí se crearon niveles. Cuando se habla de niveles, por ejemplo, puede ser que el primer nivel se pueda trabajar en 4°, 5° o 6° grado, pero aquí es donde el docente, que está en la realidad, es el que debe adecuar el nivel del calendario con el de sus estudiantes, pues si sus estudiantes son muy buenos pueden trabajar un nivel superior, pero si sus estudiantes tienen muchas dificultades, muchos vacíos, entonces es mejor que utilice un nivel menos complejo. Así se puede determinar el avance en los niveles, ya que si los estudiantes pueden resolver un calendario sin mucha dificultad, el docente puede proponer un nivel superior al siguiente mes.

Es muy difícil para nosotros, sin conocer los estudiantes, decir la capacidad que tienen para resolver problemas, por eso creamos los niveles. Lo que le pedimos a los profesores es que, teniendo en cuenta su realidad, conociendo sus grupos de estudiantes, sus dificultades y sus fortalezas, estudien el calendario y determinen cual sería el mejor nivel para ellos. Y con un consejo adicional: si un profesor me dice, por ejemplo, que va a utilizar el Segundo Nivel en sexto grado, yo le aconsejo que comience con Primer Nivel y observe los resultados. Porque si se inicia con un nivel que no es adecuado se va a perder el impulso inicial, se pierde la motivación y después hay que devolverse y ya no es tan fácil recuperarla. Nuevamente, para mi, este trabajo depende mucho de los docentes que lo realizan. Yo, como docente con 35 años de experiencia, siempre trabajé en este enfoque y sé que las cosas pueden funcionar, pero todo depende mucho del docente.

Aplicación

12. ¿Cuál ha sido el balance del uso del CM, en los diferentes centros educativos?

Para nosotros ha sido muy positivo. Este proyecto todavía existe porque el calendario se ha desarrollado, porque el Proyecto Matemática Recreativa se ha desarrollado. Cada año hemos tenido más colegios en el proyecto y a pesar de eso nosotros sabemos que hay que ir despacio. A nosotros nos gusta mucho, cuando una institución entra en el proyecto, poder visitarla, hacer una inducción, conversar con los docentes, conversar con las directivas.

El balance es totalmente positivo, pero aún hay muchísimas cosas por hacer. ¿En qué mido yo el balance? a veces nos preguntan, ¿ustedes qué evaluaciones cuantitativas han hecho? eso es muy complejo y difícil hacerlo. De pronto hay personas que han hecho investigaciones sobre el calendario y sobre el impacto del proyecto, pero eso se hace en grupos muy pequeños. Hacer una investigación muy grande es muy difícil. Además que es un tema muy delicado. Pero yo mido esto, un poco de manera subjetiva, con los estudiantes que uno logra entrevistar, pues hoy en día tenemos estudiantes que hace 10 o 12 años trabajaron con los materiales y hoy son profesionales y me dicen que el calendario les sirvió muchísimo; he escuchado de estudiantes que dicen que el trabajo con el calendario les ha servido mucho en su disciplina personal, que al final es el gran objetivo que tenemos nosotros. O sea cuando uno adquiere una disciplina desde pequeño es muy difícil que la abandone en la vida, uno encuentra personas enamoradas de esto: compran libros, tienen su familia y le transmiten eso a los hijos, donde van dicen: si se puede.

13. ¿Existe diferencia entre instituciones públicas y privadas? ¿Cuáles?

La primera diferencia es que cuando lo aplica una institución privada es un trabajo institucional, es decir, se hace o bien porque lo proponen las directivas o bien porque el área de matemáticas lo propone al colegio como uno de sus proyectos. En estas instituciones hay unas condiciones que permiten que todo el colegio esté desarrollando el proyecto. En los colegios privados hay una evaluación de lo que se está haciendo, una evaluación estricta donde, a final de año, el colegio se sienta y dice esto funcionó o no funcionó, dónde están los errores, etc.

En el sector oficial uno encuentra diferentes situaciones. Hay colegios donde el área de matemáticas es muy unida y se trabaja como área, hay unos acuerdos comunes y el trabajo se hace muy bien. Pero hay otros colegios donde algunos docentes trabajan muy bien y otros no se preocupan tanto por el proyecto, otros ni siquiera lo hacen, o al final del mes están pidiendo los problemas a los estudiantes pero sin ningún seguimiento. Yo creo que este proyecto es muy interesante para crear una buena comunicación con los estudiantes alrededor de las matemáticas. Nosotros tenemos que aprender mucho, en Colombia, sobre el trabajo en cualquier área del conocimiento, no solo en matemáticas. El gran secreto de la enseñanza está en la comunicación. Yo como docente establezco unos canales de comunicación adecuados con los estudiantes, primero que todo el respeto (yo los respeto a ellos y ellos me respetan a mi). Eso es fundamental para aprender cualquier área del conocimiento, que hayan esos canales, si la comunicación está rota: terrible. Y hay un fenómeno en educación que es una ley: los estudiantes se dan cuenta quién es su maestro, uno nunca aprenderá nada con miedo. Hoy en día, cuando un estudiante ve que un área del conocimiento no le interesa se desconecta (uno ve estudiantes sentados esperando que pase el tiempo), eso implica que hay una comunicación rota. El papel del maestro es establecer canales de comunicación, aunque hay que reconocer que hay estudiantes muy complicados, pero en general yo estoy convencido de que es posible e interesante establecer esos canales con los estudiantes, de conversar con ellos, hablar con ellos, permite estar a tono con la realidad. Yo no puedo decir que los estudiantes de hoy en día no hacen nada, porque entonces como docente estoy perdido.

14. ¿Qué impacto ha tenido el CM en instituciones privadas y oficiales?

El impacto ha sido positivo. Lo que se tiene que aprender, en Colombia, es a trabajar como equipo en el área y aprovechar todo ese potencial. Por ejemplo, algo que tiene el proyecto es la cartelera de matemáticas. Yo a veces les digo a los docentes que si no tienen tiempo, perfecto, busquemos un grupo de estudiantes y hagamos que ellos publiquen la cartelera, que ese sea un trabajo que se les reconoce, que estén pendientes de la cartelera, rotemos ese trabajo entre los mismos estudiantes, que el colegio exalte el trabajo con el CM.

Hay que desarrollar un movimiento colectivo. Esto no funciona solo, como les digo a los docentes, somos parte del equipo de la institución, tenemos que aprender a trabajar como equipo. Nosotros, desde afuera, los estamos apoyando de la mejor manera y de muchas maneras. Incluso hay docentes que nos han dado ideas, y nosotros decimos tan pronto podamos hacerlo lo hacemos. Tenemos que crear un gran movimiento. Los movimientos, como la palabra lo dice, se están moviendo, por ejemplo, que los estudiantes entren a la página y bajen una hoja de trabajo, que la consulten periódicamente. Si no logramos crear un movimiento tampoco vamos a hacer mucho, y un movimiento lo integran todas las instituciones que están en el proyecto. Ese es un gran desafío.

Otra forma de medir el impacto es que a nuestra página Internet llegan correos de otros países del mundo, donde la gente se admira del trabajo con el proyecto y lo reconocen. Hoy en día la tecnología es una gran herramienta, una gran ayuda. Un docente que aprenda a utilizar la tecnología, creo que puede multiplicar su capacidad de trabajo.

15. ¿Qué cambios ha tenido el CM, desde sus inicios hasta ahora? ¿Por qué se han realizado estos cambios? ¿Cuáles son los cambios más relevantes del CM, desde sus inicios hasta hoy?

Los calendarios en el mundo mantienen más o menos el mismo estilo, el conjunto de los problemas del calendario se mantienen con la misma estructura. Lo que se hace es que el proyecto se va ampliando, pues se inició solo con el calendario, años después ya se estaban produciendo fichas adicionales con otro tipo de actividades. Así, se está enriqueciendo el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, porque los problemas de calendario, son pequeños; pero la idea del enfoque es crear situaciones más amplias donde el estudiante pueda interactuar a más largo plazo, que comience una actividad y pueda ampliar y profundizar.

Así se fueron creando otras actividades como la cartelera de matemáticas, que también son problemas de calendario, que se pueden ir resolviendo ahí mismo, en la cartelera. Otra idea que surgió fue la de los afiches, que abarcan el aspecto histórico, ya que uno de los grandes vacíos que hay en Colombia es el desconocimiento de la historia de las matemáticas, por ello, los afiches representan otra gran herramienta, pues cuando se habla de la historia, este es otro tipo de motivación en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas.

Ese edificio de las matemáticas es algo muy poderoso. Es muy triste que la mayoría de los estudiantes se pierdan de ese conocimiento, que no la puedan admirar, que digan todo lo contrario, que las matemáticas son el coco, que no quieren saber de eso. Hay estudiantes que nos escriben y nos dicen que no quieren saber nada de eso. Esto es muy triste. Ese poder de las matemáticas, ojalá todos los estudiantes lo puedan conocer. Una herramienta importante es la historia, ha habido genios matemáticos que han tenido vidas muy interesantes y si uno logra comunicarle eso a los estudiantes es muy positivo.

16. ¿Cuál es la actitud de los estudiantes frente al CM y frente a los docentes?

Quizás las edades para iniciar un proyecto de estos son los primeros años, porque los niños son muy curiosos, y cuando están aprendiendo a leer y a contar para ellos eso es un descubrimiento fabuloso. En los primeros años, el calendario tiene una acogida impresionante.

Cuando un colegio comienza el proyecto en bachillerato, a veces, no es tan fácil. Aquí depende mucho de la actitud del maestro, pero en primaria es impresionante la actitud de los estudiantes. Pero en general se puede decir que, de todas maneras, en cualquier curso, cuando que se les entrega el calendario, muchos estudiantes tienen una buena actitud, no el 100% porque eso es imposible, pero se encuentra una gran aceptación. En general, de parte de los estudiantes ha habido una buena respuesta.

Me lo han contado muchos docentes y lo he vivido: hay estudiantes que no son muy buenos en lo que llamamos matemáticas tradicionales y cuando conocen el calendario hacen cosas que a uno lo sorprenden. Dentro de los estudiantes uno encuentra varios grupos: los que de por si les gustan las matemáticas, otros que les gustan pero no son tan buenos (que les cuesta) y también se encuentra los apáticos, digamos, los que pelean con las matemáticas. Cuando un estudiante se pelea con las matemáticas es porque en algún momento estuvo al frente algún docente que no logró la comunicación con él. En matemáticas un problema fundamental es que, como es un área que atraviesa toda la educación básica y media, a veces un estudiante no logra hacer contacto con un docente y ese estudiante se pierde, y el problema es que encontrar el camino es muy difícil porque le quedan unos vacíos impresionantes.

17. ¿Cuál es la actitud de los docentes frente al CM?

De parte de los docentes se encuentran varios grupos: los que se comprometen con el proyecto, otros que no se interesan mucho y otros que no se interesan nada.

18. ¿Hay diferencias entre una institución privada y pública frente al comportamiento de un docente?

En la institución privada como es una política institucional se hace y si hay un docente que no le gusta mucho pues tiene que trabajarlo porque es una decisión del colegio. En el ámbito oficial, el docente que no le gusta no lo hace.

19. ¿Qué alcances tiene el trabajo con el CM?

Para quienes trabajamos en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas o los que fuimos formados en ese enfoque vemos este proyecto presenta una gran oportunidad. Cuando estudié en Alemania observé que este es el enfoque predominante. En la universidad uno no está estudiando cosas que ya fueron descubiertas, la razón de existir de la universidad es que en la universidad se investiga, uno está trabajando al lado de un investigador un problema que no ha sido resuelto. Colombia es un país donde la investigación es muy débil, eso se puede consultar en cualquier estadística, lo que el país invierte en investigación es muy poco; por eso, tenemos muy pocos investigadores. La razón de ser de cualquier área del conocimiento es esa: que el estudiante llegue a ser un investigador en el área que elija para su futuro.

El alcance del calendario, el alcance del proyecto, va hacia en ese sentido: lograr relacionar a los estudiantes con el tema de lo desconocido, pues el problema interesante es aquel en el que no se ve una solución, pero a medida que se aborda se va encontrando un camino. Eso es relacionar al estudiante con el espíritu de la investigación.

Caracterización docente

Debido a que en el trabajo que se va a desarrollar en la investigación existe intervención docente; en Septiembre de 2011, se hace la caracterización de los profesores de matemáticas, de grado sexto, donde se presenta el perfil de los mismos desde dos dimensiones:

- Dimensión profesional: Identificación y Formación académica.
- Dimensión pedagógica

Esta caracterización busca identificar si los docentes son especialistas en el área de matemáticas y la percepción del proceso pedagógico, puesto que así se trabaje en la misma institución con un modelo y enfoque pedagógico definido, cada docente tiene formas distintas de interactuar dentro del aula de clase, y esta situación representa una variable endógena dentro de la investigación pues no se puede controlar. Además, con dicha caracterización se pretende poder determinar el grupo control de la investigación debido a que en la encuesta se interroga acerca del uso del calendario matemático, herramienta base del proceso de investigación.

El formato de encuesta para hacer la caracterización de los docentes de matemáticas, de la jornada mañana, que trabajan con grado sexto en la institución, se puede visualizar en el ***Anexo 1***, donde se tomaron en cuenta las dos dimensiones: profesional y pedagógica.

Lo que se determina es que la docente que trabajaba con grado sexto en el 2011 era Licenciada en matemáticas pero tenía dificultades frente al manejo de grupo. Al iniciar el año 2012, se encuentra que la educadora con la que se hizo el proceso de caracterización no va a estar en la institución, y vendrá un docente nuevo a trabajar con un grupo de grado sexto; pero sucede que, durante el primer semestre del 2012, no se ha podido establecer ningún profesor porque la vacante que se ha establecido es por horas extras y se ha visto un cambio constante de docente.

Debido al cambio permanente de docente se ha elegido como grupo control el curso que no tiene docente estable (curso 601), ya que ellos no están trabajando con el calendario matemático.

Al inicio del segundo semestre del 2012, llegó un docente que está trabajando con el grupo y no ha sido removido de su cargo puesto que trabaja en la misma institución, aunque en jornada contraria, es decir, en la tarde.

El 4 de septiembre inició la jornada extendida de 40 horas que trajo cambios significativos en todo lo referente a la estructura académica del colegio y frente a lo que respecta con la planta docente, pues se restructuraron horarios y se vincularon 4 docentes en la jornada mañana, dentro de los que se encuentra una docente del área de matemáticas que viene a trabajar con el grupo control. Además, es importante anotar que disminuyeron la intensidad horaria de Matemáticas de 5 a 4 horas semanales para grado sexto y séptimo.

Trabajo con calendario matemático

En la institución, como una manera para mejorar el rendimiento en matemáticas de los estudiantes, en el año 2010, se establece que una de ellas es la aplicación del calendario matemático en todos los grados (de preescolar a once) y debido a que la finalidad del mismo está enfocada hacia la resolución de problemas, se ve la pertinencia de la utilización de este instrumento.

A partir del año 2011, se inicia la implementación del calendario matemático, como un elemento que se incluye dentro de la matrícula del estudiante, y se trabaja en todos los grados de la misma manera. El calendario se trabaja en clase y se determina una hora semanal para desarrollarlo; donde cada docente aplica dicho trabaja de una manera particular.

El nivel de calendario que se determinó para grado sexto fue el de primer nivel, debido a que es el adecuado para los estudiantes de la institución, puesto que es pertinente para la edad y para los conocimientos que los estudiantes deben tener cuando pasan a la secundaria. Esta decisión fue tomada, en conjunto, por los docentes del área de matemáticas y por sugerencia del profesor Carlos Zuluaga, quien manifestaba que el primer nivel es adecuado para estudiantes de grado sexto con un nivel normal.

A finales del año 2011 se presenta una dificultad con el calendario matemático y es que existe la posibilidad de no continuar el proceso por cuestiones económicas, ya que los padres no pagaron el calendario y la institución no puede subsidiar el mismo. Es por eso, que el 3 de Noviembre se envía propuesta para proyectos de inversión 2012, con el fin de que incluyan el calendario matemático para los grados sexto, séptimo y octavo dentro de los rubros destinados para la institución educativa; este proyecto lo hace el área de matemáticas pero no se aprueba y por tanto no se destinan dineros para el mismo.

En estas condiciones y debido a la importancia de que se tenga la herramienta dentro de la institución para el trabajo con los estudiantes, al iniciar el año 2012, se convoca a una reunión de padres para el día 10 de febrero donde, entre otros aspectos, se trata el tema de la adquisición del calendario matemático. Y debido a la gratuidad de la educación en Bogotá, se les plantea a los padres la necesidad de adquirir la herramienta como un elemento más de los útiles escolares que todo estudiante debe tener para desempeñar su proceso educativo. Los padres aceptan esta propuesta y, con la colaboración del profesor Carlos Zuluaga, el calendario se trae a la institución, mes a mes, y se lleva directamente a una papelería cerca al colegio, donde los estudiantes pueden adquirirlo por un costo de $600 mensuales. En el ***Anexo 2***, se puede ver el calendario de Junio del 2012, uno de los calendarios, que se trabajó con los estudiantes del grupo experimental (603)

Durante el proceso, que se ha llevado durante el año 2012, se ha podido establecer que al comienzo muchos estudiantes no compraban el calendario, pero a medida que se ha estado trabajando con el mismo la adquisición y el interés por el mismo ha ido en aumento.

Para el desarrollo del calendario matemático se ha tenido en cuenta el modelo pedagógico institucional: Constructivismo enfocado en el pensamiento sistémico, y el proceso se ha llevado de la siguiente manera:

- La segunda semana del mes se ha destinado para resolver el calendario matemático dentro de la clase, esta decisión se ha tomado tomando en cuenta que: los jóvenes compran el calendario después de que los padres les facilitan el dinero y en la primera semana del mes la mayoría lo adquiere, debido a que la población en la que se está realizando el trabajo de investigación está en condiciones de vulnerabilidad.
- En clase, se organizan grupos de trabajo (no siempre los mismos) para resolver el trabajo. La docente como orientadora del proceso, va dando pautas y resolviendo dudas; cuando los estudiantes van resolviendo los problemas los van socializando con sus compañeros y finalmente, se miran otras opciones de resolución propuestas por otros estudiantes, algunas veces se obtienen respuestas correctas otras veces no, por

tanto, hay que clarificar conceptos y dudas que son hechas tanto por los compañeros de clase como por la docente.

- Es importante tener en cuenta que el docente como orientador del proceso permite el trabajo autónomo pero siempre manejando el grupo con el fin de que los estudiantes trabajen durante las 4 horas de clase.

Cabe destacar que, durante el trabajo que se lleva con el calendario matemático se ha encontrado que los estudiantes tienen afinidad por determinados problemas y cuando llegan a clase, siempre traen los problemas que son de su interés y para los que tienen habilidad en la resolución.

En el trabajo con calendario matemático se presentó dificultad en el mes de Septiembre para el trabajo con el mismo, puesto que por diversas razones no se ha culminado el trabajo con el calendario matemático de Agosto, por tal razón el área decide no pedir la herramienta para Septiembre y volverlo a trabajar en Octubre, para no saturar y manejar de una mejor manera el proceso con el instrumento.

Diseño, construcción y aplicación de prueba

A partir de Julio del año 2011, se empieza a diseñar la prueba que se le aplicará a los grupos tanto al inicio como al final del proceso de investigación; de esta manera se hace un primer acercamiento con las pruebas bimestrales, en tercer período, y luego con las olimpiadas matemáticas que se hicieron en Octubre. En la prueba bimestral, se plantean 10 preguntas cerradas tipo calendario matemático y en las olimpiadas matemáticas se presentan 18 preguntas distribuidas en: 15 de selección múltiple y 3 abiertas.

Con los resultados de las mismas, se inicia la construcción de la prueba diagnóstica, que se aplica en Junio de 2012, dicha prueba está constituida por 25 preguntas de selección múltiple con cuatro opciones de respuesta y una clave, estas preguntas son tomadas de los calendarios de primer nivel de Junio, Julio, Agosto y Septiembre de 2011 con autorización del profesor Carlos Zuluaga[15] director de Colombia Aprendiendo; por lo tanto, dicha prueba no es validada debido a que por la trayectoria que tiene el calendario matemático, aquí en Colombia, bajo la dirección del señor Carlos Zuluaga y su vasta experiencia en dicho campo, solo se van a analizar los resultados de la prueba midiendo el índice de dificultad y de discriminación de la prueba con base en el EXCHOBA con el fin de tener mayor claridad frente al comportamiento de las preguntas dentro de la prueba pero no como un mecanismo para validar la misma.

Las preguntas que se plantean abarcan los componentes establecidos por los estándares curriculares que son: Numérico-Variacional, Geométrico-Métrico y Aleatorio, está clasificación se distribuye dentro de la prueba de la siguiente manera:

---

[15]La autorización para utilizar los calendarios del Junio, Julio, Agosto y Septiembre de 2011 para la prueba, se puede ver en el ***Anexo 8***

preguntas pertenecen al primer componente, 8 preguntas al segundo y 9 preguntas al tercero.

Esta prueba se aplica a los grados sexto y séptimo como evaluación semestral en la institución. Específicamente a 105 estudiantes de sexto, que corresponde a la población de estudio de la investigación, distribuidos en tres grupos: 601 de 36 estudiantes, 602 de 33 estudiantes y 603 de 36 estudiantes donde 601 es el grupo control y 603 el grupo experimental. El tiempo de duración de la prueba es de 100 minutos (dos horas de clase, según horario establecido por la institución), se resuelve de manera individual y en simultánea en todos los grupos. (La prueba se puede visualizar en el ***Anexo 3***)

Al finalizar el año, el 16 de Noviembre de 2012 se aplicó la prueba final, nuevamente a los grupos de grado sexto donde el grupo control, con el que no se trabajó el calendario matemático, es el curso 601 y el grupo experimental, al que se le aplicó el placebo del trabajo con calendario matemático, es el curso 603.

A la prueba se le hicieron modificaciones frente al número de preguntas que tenía cada componente: Numérico-Variacional, Geométrico-Métrico y Aleatorio, para que quedará el mismo número de preguntas en cada uno (como se puede verificar en el ***Anexo 4***), por lo tanto se determinó, igualar a 10 preguntas por cada componente para un total de 30 preguntas. Esto se realizó con base en los resultados arrojados de los índices de dificultad y discriminación de los ítems de la prueba inicial.

La cantidad de estudiantes para los grupos control y experimental, se mantuvo, pues la prueba la realizaron los mismos 36 estudiantes de cada grupo que habían presentado la prueba al iniciar el proceso; es decir en Junio de 2012.

Después de aplicada la prueba final y con los resultados de la misma, se contrastaron los resultados tanto de la prueba inicial y final, de la siguiente manera:

Primero, se analizaron los datos de cada prueba y de cada grupo para verificar si su comportamiento era normal o no, y para ello se utilizó el programa SPSS para determinar los datos.

Posteriormente, después de ver que las distribuciones eran normales, se aplicó la prueba de hipótesis para cociente de varianzas utilizando el programa SPSS obteniendo que las varianzas eran iguales para los dos grupos tanto en la prueba inicial como en la final.

Finalmente, de acuerdo a los resultados arrojados con la prueba para cociente de varianzas, se analizan los datos mediante la prueba de hipótesis de diferencia de medias donde se obtiene que:

- Para la prueba inicial los promedios se mantienen iguales para los dos grupos: 601 (grupo control) y 603 (grupo experimental).
- Para la prueba final los promedios son diferentes para los grupos, donde se obtiene que el grupo experimental, es decir 603, con el que se trabajó el calendario matemático, obtuvo un

promedio mayor que el grupo control, es decir 601 al que no se le aplicó el placebo (calendario matemático).

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Entrevista

La entrevista que se le hizo al profesor Carlos Zuluaga, el 21 de junio de 2011, sirvió de inicio para tener una arqueología del calendario matemático, desde la perspectiva de su creador (aquí en Colombia) y así tener claridad frente al enfoque del Planteamiento y Resolución de Problemas que con esta herramienta se trabaja.

En esta entrevista se arrojan resultados que impactan a la investigación, desde lo que tiene que ver con el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, y desde el trabajo con el calendario matemático abordando aspectos tales como: su creación, las actitudes de los estudiantes y docentes, el trabajo que se realiza en las instituciones, el impacto que tiene, entre otros.

Por ello, es importante mencionar los aportes de la entrevista a este trabajo de investigación:

1. El reconocimiento que tiene la herramienta de calendario en la comunidad matemática colombiana, pues se ha reconocido que en los 15 años de existencia del calendario, el señor Carlos Zuluaga y su equipo de Colombia Aprendiendo son los únicos que se han dedicado a trabajar en ello, y a fortalecer dicho trabajo no solo con el calendario sino con otras actividades, como la cartelera matemática, que trae problemas de calendario matemático que se pueden solucionar allí mismo; además de afiches sobre aspectos históricos en matemáticas, ya que como se menciona en la entrevista:

> …uno de los grandes vacíos que hay en Colombia es el desconocimiento de la historia de las matemáticas, por ello, los afiches representan otra gran herramienta, pues cuando se habla de la historia, este es otro tipo de motivación en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas. (p. 83)

2. El objetivo del calendario matemático es que el estudiante se interese y desarrolle su pensamiento matemático. (Zuluaga, 2011). Además de, contribuirle con una disciplina personal y de trabajo, puesto que esta se puede ir formando, cuando el estudiante resuelve un problema diario, como lo plantea esta herramienta.

3. La realización del calendario matemático no es una tarea fácil, pues para la construcción de los problemas se lleva un proceso: primero, los docentes hacen varios borradores; luego se van agrupando para cada nivel, pues son 6 niveles; posteriormente, se realizan varias revisiones antes de publicarlos, pues se toma en cuenta que los problemas que se planteen no tenga similitud con problemas que se encuentran en libros de texto, ya que si tienen similitud son rechazados.

4. Es importante señalar que el calendario matemático, existe en otras partes del mundo, pero hay una característica que diferencia, al realizado en Colombia, de los demás y es que está clasificado por niveles, pues en otras partes, no se trabaja así. Estos niveles se trabajan en los diversos cursos de la educación básica y media, de Preescolar a Once, pero es el docente quien determina el nivel que van a trabajar sus estudiantes, de acuerdo al conocimiento de los grupos, sus dificultades y fortalezas. En el caso particular de la investigación, el grupo de docentes de matemáticas, de la jornada mañana, determinó que, para grado sexto y séptimo, se trabajaría el primer nivel de calendario, teniendo en cuenta el proceso de los grupos.
5. Lo que se ha visto, a través de los 15 años que lleva en su desarrollo el calendario matemático, es que hay estudiantes que se motivan mucho con la resolución de los problemas, pero lo que se busca es que todos, o la gran mayoría, resuelvan, al menos algunos problemas, pues con esto se estaría ganando bastante en el proceso; pues como se menciona en la entrevista: existen, en cada aula de clase, estudiantes apáticos o “los que pelean con las matemáticas” y, si se logran conquistar para que resuelvan uno, dos o más problemas se habrá logrado mucho. De ahí la importancia

de empezar el trabajo con calendario matemático, desde tempranas edades, ya que los niños son más receptivos, están más motivados para aprender y sin prevenciones a nada; pues si el proyecto se inicia en bachillerato es más difícil, y allí depende mucho la actitud del docente y el trabajo que haga con los estudiantes, para el éxito del mismo.

6. El enfoque de planteamiento y resolución de problemas es un enfoque mundial que se está abordando en matemáticas; y en los estándares curriculares que plantea el Ministerio de Educación nacional son el eje fundamental del trabajo. Este enfoque busca, además de, que una persona tenga habilidad para resolver problemas, que tenga habilidad para plantearlos; y esto se logra, a medida, que va solucionándolos, pues se va preguntando y se plantea nuevos retos; esto es lo que los docentes deben fomentar y fortalecer en los estudiantes, aptitudes que se pueden desarrollar, a través del calendario matemático, pues su enfoque está basado en el planteamiento y resolución de problemas.

7. Es significativo destacar que, en la entrevista, el profesor Carlos Zuluaga, afirma que no conoce que se hayan realizado investigaciones sobre el calendario matemático, tal y como está constituido, un conjunto de problemas mensuales que vienen para desarrollarse cada día; lo que si se ha estudiado, a nivel mundial, es acerca de los problemas en matemáticas y su impacto, es decir frente al enfoque de planteamiento y resolución de problemas.

8. Expresado por el señor Carlos Zuluaga, hay un obstáculo que se encuentra en los colegios del sector oficial y es que el calendario matemático, como no es una política institucional, como en el sector privado, se encuentran docentes que, aunque tengan la herramienta para trabajar, no la trabajan. Esto se pudo ver en el colegio, eje de la investigación, pues los docentes que trabajaron con el grupo control no desarrollaron el calendario, porque no le exigían al estudiante que lo trajera para la clase, ni nunca lo desarrollaron en el aula de clase. Este fue uno de los motivos por para escoger al grupo 601 como el de control, pues no se le aplicó el placebo, que era el calendario matemático.

Como lo menciona, el profesor Carlos Zuluaga en la entrevista: "De parte de los docentes se encuentran varios grupos: los que se comprometen con el proyecto, otros que no se interesan mucho y otros que no se interesan nada.", como se pudo constatar en la institución donde se realizó el estudio. De ahí la importancia del trabajo en equipo entre los docentes que componen el área de matemáticas, pues si hay unidad existirá coherencia en los procesos con los estudiantes y por lo tanto credibilidad y mejoramiento en las competencias de los jóvenes.

9. Para finalizar, quisiera mencionar lo que se refiere al alcance del calendario, expresado en palabras del entrevistado:

> El alcance del calendario, el alcance del proyecto, va hacia en ese sentido: lograr relacionar a los estudiantes con el tema de lo desconocido, pues el problema interesante es aquel en el que no se ve una solución, pero a medida que se aborda se va encontrando un camino. Eso es relacionar al estudiante con el espíritu de la investigación. (p.86)

Caracterización docente

Para la caracterización de los docentes del área de matemáticas, del colegio Alexander Fleming I.E.D., jornada mañana, que orientan procesos en grado sexto, se aplicó una encuesta (Anexo 1) a 4 docentes, desde la dimensión profesional y pedagógica, obteniendo los siguientes resultados relevantes para la investigación:

1. En el año 2011, se hizo la caracterización a la docente que estaba trabajando con grado sexto, pero que para el año 2012 no continúo en el colegio por traslado. De esta encuesta se obtuvo que:

- Desde la dimensión profesional: era una persona con una edad entre 46 a 55 años, llevaba en el colegio más de 5 años. Su nombramiento era en propiedad y por tanto, trabajaba tiempo completo en la institución. Su nivel profesional era de

Especialización y era Licenciada en matemáticas, es decir, era docente, no profesional en otra área. Orientaba procesos en todos los cursos de sexto.

- Desde la dimensión pedagógica: la docente conocía el modelo pedagógico de la institución, que es el constructivismo; algunas veces lo utilizaba dentro de la metodología de sus clases, no trabajaba el calendario matemático y por sus propias consideraciones manifestaba que no tenía manejo de grupo y que los estudiantes algunas veces la respetaban. Además, afirmó que los recursos que utilizaba en sus clases eran libros de texto.

Con esta docente no se pudo continuar el trabajo en el 2012, porque fue trasladada.

2. En el 2012, se caracterizaron 3 docentes más que trabajaron con grado sexto, específicamente con el curso 601, que fue escogido como grupo control, debido a que durante el año, este curso, no tuvo docente estable y, por tanto, no trabajó calendario matemático. Se obtuvieron los siguientes resultados con la encuesta:

- Desde la dimensión profesional: para el primer docente que estuvo en el 2012 se encontró que su edad oscilaba entre 25 a 35 años de edad, llevaba menos de un año en la institución, trabajaba como provisional y por horas en la institución; luego los otros dos docentes que se encuestaron llevaban entre 1 y 3 años en el colegio, su contrato era en propiedad, pero trabajaban por horas en la jornada de la mañana; y finalmente, la última docente que llegó a comienzos del mes de Septiembre, tenía entre 46 y 55 años, su contrato era de provisional y trabajaba tiempo completo en la institución.

Los tres docentes que trabajaron durante el año 2012, con el grupo control (602), eran licenciados en matemáticas y física, y tenían especialización como último nivel profesional.

- Desde la dimensión pedagógica se obtuvo que: solo el docente que trabajaba como provisional y por horas, no conocía el modelo pedagógico del colegio; los tres docentes restantes conocían el modelo pedagógico que es el constructivismo, manifestando que casi siempre trabajaban en sus clases con dicho modelo.

  Los cuatro docentes afirman que en sus clases prevalecía el trabajo por grupos, que sus clases no eran magistrales y que no trabajaban calendario matemático. Además manifestaron que eran respetados por los estudiantes y que tenían manejo de grupo.

Con lo anteriormente descrito, se puede decir que los docentes eran profesionalmente idóneos puesto que eran docentes, licenciados en el área a trabajar, que era matemáticas. Además, la mayoría conocía el modelo pedagógico de la institución y lo trabajaba, según lo que expresan. Pero lo más importante para la investigación y una de las razones por la que se escogió el curso, en el que los cuatro docentes trabajaron, como grupo control fue que no se desarrollaron procesos con el calendario matemático.

Es significativo mencionar, que la docente que trabajó con el grupo experimental, curso 603, es licenciada en matemáticas, trabaja como docente en propiedad, de tiempo completo, en el colegio hace ya casi 3 años; conoce y aplica el modelo pedagógico de la institución (Constructivismo), trabaja con sus estudiantes el calendario matemático y por ende, mediante resolución de problemas. Además, considera que tiene dominio de grupo y es respetada por sus estudiantes.

Diseño, construcción y aplicación de prueba

La prueba de entrada que se le aplicó al grupo control (601) y al grupo experimental (603) con un total de 72 estudiantes arrojó los siguientes resultados, para las 25 preguntas:

Tabla 7

PRUEBA INICIAL		NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO								
		1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19	
		a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a	
índice de dificultad	P	0,46	0,26	0,63	0,43	0,32	0,74	0,48	0,66	0,32	0,24	0,11	0,21	0,39	0,34	0,06	0,22	0,30	0,35	0,20	0,82	0,21	0,04	0,94	0,11	0,13	
		M	M	M	M	M	M	M	M	M	MD	MD	MD	M	M	MD	MD	M	M	MD	MF	MD	D	MF	MD	MD	
índice de discriminación	D:	13	6	15	10	9	19	12	17	10	5	3	5	13	6	1	6	6	12	4	18	6	1	19	4	5	GA-27%
		7	3	6	8	4	9	5	7	3	3	3	3	2	3	0	2	2	3	3	12	2	0	13	1	0	GB-27%
		0,32	0,16	0,47	0,11	0,26	0,53	0,37	0,53	0,37	0,11	0	0,11	0,58	0,16	0,05	0,21	0,21	0,47	0,05	0,32	0,21	0,05	0,32	0,16	0,26	
		B	P	E	P	R	E	B	E	B	P	P	P	E	P	P	R	R	E	P	B	R	P	B	P	R	

Nota: Índice de dificultad y de discriminación de la prueba inicial para los cursos 601 y 603. Resultados obtenidos mediante Excel

Los resultados de la prueba inicial de los dos grupos (control-601 y experimental-603) se pueden ver en el ***anexo 5***, con datos completos.

- Frente al índice de dificultad se obtuvo que el 4% de las preguntas fueron difíciles (D) que corresponde a una pregunta del componente aleatorio; el 36% de las preguntas se clasificaron como medianamente difíciles (MD) que corresponde a 9 preguntas distribuidas: 5 del componente geométrico y 4 del componente aleatorio; el 52% de las preguntas fueron de dificultad media (M) que corresponde a 13 preguntas distribuidas así: 9 del componente numérico, 3 del geométrico y 1 del aleatorio; el 8% de las preguntas fueron medianamente fáciles (MF) que corresponde a un total de 2 preguntas que se encuentran aleatorio; y finalmente, el 0% de las preguntas fueron consideradas como fáciles (F) para los estudiantes. Con estos resultados se puede ver que el componente de mayor favorabilidad para los estudiantes fue el numérico y el de mayor dificultad fue el que presentaba las preguntas del componente aleatorio y enseguida las que corresponden al componente geométrico.

- Con respecto al índice de discriminación, los resultados arrojaron que el 20% de las preguntas fueron excelentes (E), esto corresponde a 5 preguntas, dichos cuestionamientos están distribuidos de la siguiente manera: 3 preguntas del componente numérico , 1 del geométrico Y 1 del aleatorio; el 20% fueron preguntas buenas (B) lo que corresponde a 5 preguntas que pertenecen: 3 al componente numérico y 2 al geométrico; el 20% fueron preguntas regulares (R) que están distribuidas en una pregunta del componente numérico, dos del geométrico y dos del aleatorio; el 40% de las preguntas fueron pobres (P) lo que corresponde a 10 preguntas que están distribuidas así: en el componente numérico con 2 preguntas, 5 preguntas en el componente geométrico y 3 en el componente aleatorio; y se encontró ninguna pregunta fue pésima.

De acuerdo a lo anterior se puede determinar que las preguntas de mayor dificultad son las que corresponden al componente geométrico y aleatorio, y que el componente con el cual los estudiantes tienen un mejor desempeño es el Numérico. Esto es evidente dentro del trabajo en matemáticas, debido a que en el proceso de enseñanza siempre se deja de lado el aspecto geométrico y aleatorio dentro de los planes de estudio y por lo tanto, en el desarrollo de las clases.

Cabe aclarar que en la investigación no interesa validar la prueba puesto que las preguntas se han tomado de los calendarios matemáticos de Junio, Julio, Agosto y Septiembre del año 2011, que son la base del trabajo; y que son realizadas por un experto que es el profesor Carlos Zuluaga fundador del proyecto de Matemática recreativa, donde está inmerso el calendario matemático. Interesa aquí conocer en detalle el comportamiento de los ítems y de la prueba con el fin de construir un instrumento mejorado que permita un análisis más efectivo y brinde mejor información sobre el proceso de resolución de problemas de los estudiantes de grado sexto del colegio Alexander Fleming I.E.D. Para ello, se mejoró la prueba incluyendo 5 preguntas para un total de 30 distribuidas equitativamente de 10 para cada componente: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio.

Es importante mencionar como un valor agregado en la investigación que en los resultados de la prueba inicial y final, para los grupos control y experimental, se encontraron diferencias frente a los índices de dificultad:

- En el grupo control, como muestra la ***tabla 8***, se presentó que: para la prueba final aumentó el porcentaje de las preguntas difíciles (D), que corresponde a un 10%, puesto que en la primera prueba no habían preguntas que estaban clasificadas de ese modo (los resultados específicos se pueden observar en el ***Anexo 6***). Además se encontró que disminuyó el nivel medianamente difícil (MD) de un 36% a un 32% con una pregunta, y aumentó el porcentaje para las preguntas de dificultad media (M) de un 56% a un 64% con dos preguntas de diferencia, y las preguntas medianamente fáciles aumentaron de 2 a 3 con un porcentaje del 12% en la prueba final. En general, se puede concluir que, para el grupo control se mantuvo una estabilidad en los índices de dificultad, no hubo grandes diferencias; aunque si se encontró el aumento en el índice de las preguntas difíciles, que en un principio no se encontraba y que corresponden a preguntas que estaban en la prueba inicial, pues pertenecen dos preguntas al componente geométrico (pregunta Nº 5 y 20) y una pregunta del componente aleatorio (pregunta Nº 12). Esto deja ver que en el grupo control se mantiene la dificultad en el componente geométrico y aleatorio. (esto se puede observar, de manera más específica, en el ***Anexo 6***)

Tabla 8

PRUEBA INICIAL 601-GC				PRUEBA FINAL 601-GC		
CLASIFICACIÓN	Nº	%		CLASIFICACIÓN	Nº	%
D	0	0		D	3	10
MD	9	36		MD	8	27
M	14	56		M	16	53
MF	2	8		MF	3	10
F	0	0		F	0	0
TOTAL	25	100		TOTAL	30	100

Nota: Resultados de los índices de dificultad con porcentajes para la prueba inicial y final del grupo control (601). Resultados obtenidos mediante Excel

En el grupo experimental, como muestra la ***tabla 9***, se evidenciaron cambios significativos en los niveles de dificultad de las preguntas, puesto que en la prueba final no hubo preguntas que se encontraran en el nivel de medianamente difícil (MD) ni difícil (D); y el porcentaje mayor está en las de dificultad media, que corresponde al 87% de las preguntas (26 de 30 ítems que tiene la prueba); además aumentó el porcentaje en las preguntas medianamente fáciles (MF), pues hubo 4 que corresponde a un 13%. Esto indica que con el grupo control, con el que se trabajó con el calendario matemático, se encuentra un mejoramiento en el componente geométrico y aleatorio que era el de mayor dificultad en la prueba inicial, y que hay un mejor desempeño en la prueba, por la mayoría de los estudiantes. Para el grupo experimental, si se encuentran cambios significativos en los índices de dificultad, comparados entre la prueba inicial y final, pues disminuye la dificultad de la prueba. (Esto se puede observar, más específicamente, en el ***anexo 7***)

Tabla 9

	PRUEBA INICIAL 603-GE				PRUEBA FINAL 603-GE	
CLASIFICACIÓN	**Nº**	**%**		**CLASIFICACIÓN**	**Nº**	**%**
D	1	4		**D**	0	0
MD	8	32		**MD**	0	0
M	15	60		**M**	26	87
MF	1	4		**MF**	4	13
F	0	0		**F**	0	0
TOTAL	**25**	**100**		**TOTAL**	**30**	**100**

Nota: Resultados de los índices de dificultad con porcentajes para la prueba inicial y final del grupo experimental (603). Resultados obtenidos mediante Excel

En definitiva, al comparar los resultados de las pruebas, teniendo en cuenta los índices de dificultad se encontró que el grupo control (601) se mantuvo estable entre una y otra prueba; mientras que el grupo experimental (603), al que se le aplicó el placebo de calendario matemático, tuvo avances significativos en el procesos de resolución de problemas y que disminuyeron las dificultades en los componentes geométrico y aleatorio, aspectos que son muy descuidados en el campo educativo.

Normalidad de los datos

Al tener los resultados de la prueba final, como se puede ver en el ***Anexo 6 y 7***, se analizan los datos, tanto de la prueba inicial como final para ver si el comportamiento de los datos es normal o no, es decir si los datos tienen una distribución normal; para ello se utiliza el programa SPSS y se obtiene lo siguiente:

603 GRUPO EXPERIMENTAL

<u>PRUEBA INICAL</u>

Tabla 10: Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		603-INICIAL
	N	36
Parámetros normales[a,b]	**Media**	8,3056
	Desviación típica	2,62754
Diferencias más extremas	**Absoluta**	,176
	Positiva	,146
	Negativa	-,176
Z de Kolmogorov-Smirnov		1,056
Sig. asintót. (bilateral)		,215

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Nota. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para grupo 603 (Grupo experimental), en la prueba final. Resultados obtenidos con el programa SPSS

Comprobamos el nivel de significancia (α), si es ***menor*** que **0.05** la *distribución no es normal*, si es ***mayor*** que **0.05** la *distribución es normal*.

En este caso la distribución es normal (nivel de significación **0.215**.

PRUEBA FINAL

Tabla 11: Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		603-FINAL
	N	36
Parámetros normales[a,b]	Media	15,7778
	Desviación típica	2,94823
Diferencias más extremas	Absoluta	,117
	Positiva	,117
	Negativa	-,090
Z de Kolmogorov-Smirnov		,702
Sig. asintót. (bilateral)		,708

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Nota. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para grupo 603 (Grupo experimental), en la prueba final. Resultados obtenidos con el programa SPSS.

La distribución es normal (NIVEL DE SIGNIFICANCIA 0.708)

601 GRUPO CONTROL

PRUEBA INICAL

Tabla 12 : Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		601-INICIAL
	N	36
Parámetros normales[a,b]	Media	9,0000
	Desviación típica	2,67261
Diferencias más extremas	Absoluta	,160
	Positiva	,090
	Negativa	-,160
Z de Kolmogorov-Smirnov		,958
Sig. asintót. (bilateral)		,318

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Nota. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para grupo 601 (grupo control) en la prueba inicial. Resultados obtenidos con el programa SPSS.

La distribución es normal (NIVEL DE SIGNIFICANCIA 0.318)

PRUEBA FINAL

Tabla 13: Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		601-FINAL
	N	36
Parámetros normales[a,b]	**Media**	10,4167
	Desviación típica	2,50000
Diferencias más extremas	**Absoluta**	,131
	Positiva	,131
	Negativa	-,092
Z de Kolmogorov-Smirnov		,787
Sig. asintót. (bilateral)		**,565**

a. La distribución de contraste es la Normal.

b. Se han calculado a partir de los datos.

Nota. Prueba de Kolmogorov-Smirnov para grupo 601 (grupo control) en la prueba final. Resultados obtenidos con el programa SPSS.

La distribución es normal (NIVEL DE SIGNIFICANCIA 0.535)

Con lo anterior queda demostrado que los datos de las pruebas para los grupos experimental y de control se distribuyen normalmente, ya que el nivel de significancia (α) es mayor que 0,05.

Pruebas de hipótesis

Después de la verificación de que los datos son normales se pasa a realizar la prueba de hipótesis para el cociente de varianzas y de diferencia de medias, para la prueba inicial y final, utilizando el programa SPSS, con el fin de determinar si hubo cambios de una prueba a otra, arrojando los siguientes resultados:

PRUEBA INICIAL

Para la prueba inicial, se tienen los siguientes datos:

Tabla 14: Estadísticos de grupo

	grupos	N	Media	Desviación típ.	Error típ. De la media
inicio	Grupo Experimental	36	8,3056	2,62754	,43792
	Grupo Control	36	9,0000	2,67261	,44544

Nota: Estadísticos de grupo. Estadísticos obtenidos aplicando el programa SPSS.

Posteriormente, se aplica la prueba de cociente de varianzas y de diferencia de medias y se obtiene el siguiente cuadro.

Tabla 15: Prueba de muestras independientes.

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
INICIO	Se han asumido varianzas iguales	,270	**,605**	-1,112	70	,270	-,69444	,62465	-1,94027	,55138
	No se han asumido varianzas iguales			--1,112	69,980	,270	-,69444	,62465	-1,94027	,55139

Nota: Prueba de muestras independientes. Prueba realizada con el programa SPSS.

Lo que está descrito en la ***Tabla 15*** se puede analizar de la siguiente forma:

Paso 1: Planteamiento de la hipótesis

Se plantea como

Hipótesis Nula H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ó H_0: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$

(Las varianzas entre el grupo experimental y control son iguales)

Hipótesis Alterna H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ó H_1: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq 1$

(Las varianzas entre el grupo experimental y control son diferentes)

Paso 2: Nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Paso 3: Regla de decisión

Como el P > α, en la prueba de Levene para igualdad de varianzas (***Tabla 15***) puesto que P = 0.605, entonces no se rechaza la H_0

Paso 5: Conclusión

Con nivel de significancia de 0.05 se puede afirmar que las varianzas poblacionales (σ^2), de la prueba inicial, para los cursos 601 (Grupo control) y 603 (Grupo experimental) son iguales.

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

Es decir, los grupos 601 y 603 son homogéneos en la prueba inicial.

De esta manera, como se han asumido las varianzas iguales, se aplica la prueba para diferencia de medias, donde se asume que:

Paso 1: Planteamiento de la hipótesis

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

H_0: Los promedios, para la prueba inicial, de los dos grupos son iguales

H_1: Los promedios, para la prueba inicial, de los dos grupos son diferentes

Paso 2: Nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Paso 3: Regla de decisión

Como el P > α, en la prueba T para igualdad de medias (***Tabla 15***), puesto que P = 0.270, entonces **no se rechaza la H_0**

Paso 5: Conclusión

Con nivel de significancia de 0.05 se puede afirmar que los promedios, de la prueba inicial, para los cursos 601 y 603 son iguales.

$$\mu_1 = \mu_2$$

PRUEBA FINAL

Para la prueba final, se tienen los siguientes datos:

Tabla 16: Estadísticos de grupo

	grupos	N	Media	Desviación típ.	Error típ. de la media
FINAL	**Grupo Experimental**	36	15,7778	2,94823	,49137
	Grupo Control	36	10,4167	2,50000	,41667

Nota: Estadísticos de grupo. Estadísticos obtenidos aplicando el programa SPSS.

Posteriormente, se aplica la prueba de cociente de varianzas y de diferencia de medias y se obtiene el siguiente cuadro.

Tabla 17: Prueba de muestras independientes

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	95% Intervalo de confianza para la diferencia	
									Inferior	Superior
FINAL	Se han asumido varianzas iguales	**,313**	**,578**	**8,321**	**70**	**,000**	**5,36111**	**,64425**	**4,07620**	**6,64603**
	No se han asumido varianzas iguales			8,321	68,179	,000	5,36111	,64425	4,07559	6,64663

Nota: Prueba de muestras independientes. Prueba realizada con el programa SPSS.

Lo que se presenta en la ***Tabla 17*** se puede analizar de la siguiente forma:

Paso 1: Planteamiento de la hipótesis

Se plantea como

Hipótesis Nula H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ó H_0: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1$

(Las varianzas entre el grupo experimental y control son iguales)

Hipótesis Alterna H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ó H_1: $\sigma_1^2/\sigma_2^2 \neq 1$

(Las varianzas entre el grupo experimental y control son diferentes)

Paso 2: Nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Paso 3: Regla de decisión

Como el P > α, en la prueba de Levene para igualdad de varianzas (***Tabla 17***) puesto que P = 0.578, entonces no se rechaza la H_0

Paso 5: Conclusión

Con nivel de significancia de 0.05 se puede afirmar que las varianzas poblacionales (σ^2), de la prueba final, para los cursos 601 (Grupo control) y 603 (Grupo experimental) son iguales.

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

De esta manera, como se han asumido las varianzas iguales, se aplica la prueba para diferencia de medias, donde se asume que:

Paso 1: Planteamiento de la hipótesis

H_0 : $\mu_1 = \mu_2$

H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$

H_0: Los promedios, para la prueba final, de los dos grupos son iguales

H_1: Los promedios, para la prueba final, de los dos grupos son diferentes

Paso 2: Nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Paso 3: Regla de decisión

Como el P < α, en la prueba T para igualdad de medias (***Tabla 17***), puesto que P = 0.000, entonces **se rechaza la H_0**

Paso 5: Conclusión

Con nivel de significancia de 0.05 se puede afirmar que los promedios, de la prueba final, para los cursos 601(Grupo experimental) y 603 (Grupo control) son diferentes.

$$\mu_1 \neq \mu_2$$

Así, para conocer el grupo que mejor promedio obtuvo en la prueba final, se observan los valores de las medias (***Tabla 16***), y se concluye que, el grupo experimental (603) obtuvo mayor promedio que el grupo control (601). Con esto, se demuestra la hipótesis de investigación.

Todo el proceso anterior, demuestra que los grupos experimental (603) y de control (601), inician, en Junio, con promedios iguales en la prueba inicial y, con la prueba final se demuestra que 603 obtuvo un mejor promedio en la prueba final después de haber trabajado el calendario matemático que se basa en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas. Lo que corrobora la hipótesis de investigación que afirma que: la aplicación del calendario matemático, en grado sexto, genera cambios positivos en los estudiantes frente al planteamiento y resolución de problemas.

CONCLUSIONES Y PROYECCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación se muestran las conclusiones que se obtuvieron de acuerdo a los resultados de la investigación, y además, se plantean algunas alternativas para continuar el estudio de este trabajo.

Conclusiones sobre el objetivo general de la investigación

Objetivo general: Determinar si existen cambios positivos, con la aplicación del calendario matemático, frente a la resolución de problemas, en los estudiantes de grado sexto del Colegio Alexander Fleming I.E.D.

El objetivo general de la investigación se alcanzó, ya que como se presentó en el análisis de resultados, al contrastar la prueba inicial y final para los grupos control (601) y experimental (603), a través de pruebas de hipótesis de igualdad de varianzas y de diferencia de medias (utilizando el programa SPSS); se comprobó que el grupo experimental, al cual se le aplicó el placebo de calendario matemático, es decir, con el que se trabajó con esta herramienta, obtuvo mejores resultados en la prueba final que el grupo control, con el cual no se trabajó el calendario matemático.; teniendo en cuenta que los dos grupos en la prueba inicial obtuvieron resultados que indican que se encontraban en las mismas condiciones, es decir empezaron de manera homogénea. Todo esto demuestra que si existieron cambios positivos, con la aplicación del calendario matemático, frente al planteamiento y resolución de problemas, puesto que la prueba fue diseñada, con base en el calendario matemático, que es una herramienta que se fundamenta en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, y que se sustentó dentro de la investigación tanto en el marco teórico como en la entrevista con el profesor Carlos Zuluaga, creador (aquí en Colombia) de dicha herramienta de trabajo.

Conclusiones sobre los objetivos específicos de la investigación

Objetivos específicos

a) *Diseñar una prueba a grado sexto, con base en el calendario matemático, que responda al enfoque de planteamiento y resolución de problemas. (desde los componentes: numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio)*
b) *Aplicar la prueba a grado sexto, en dos oportunidades: una prueba inicial y final, basada en el calendario matemático.*
c) *Caracterizar los docentes de matemáticas que van a trabajar con grado sexto, en el colegio Alexander Fleming I.E.D., en la jornada mañana.*
d) *Determinar si se generan cambios positivos en los estudiantes frente a la resolución de problemas, con la aplicación del calendario matemático.*

Los tres objetivos específicos se alcanzaron ya que:

- Primero, se diseñó una prueba inicial y final basada en el calendario matemático, previa autorización del señor Carlos Zuluaga creador del mismo en Colombia, dicha prueba respondió al enfoque de planteamiento y resolución de problemas, puesto que fue diseñada con problemas del calendario cuyo eje fundamental es este enfoque. Además se manejaron los componentes numérico-variacional, métrico-geométrico y aleatorio, como se puede evidenciar en los *anexos del 3 al 5*, donde se muestra la prueba inicial, final y los resultados de las mismas con la clasificación de cada pensamiento.
- Segundo, se aplicó la prueba que se diseñó con base en el calendario matemático, en dos oportunidades: una prueba inicial que se aplicó antes de iniciar el trabajo con calendario matemático y una prueba final que se hizo en el mes de Noviembre, como culminación del proceso con este instrumento para el grupo experimental y para el grupo control que no trabajo con dicha herramienta; con el fin de determinar las diferencias estadísticas que se encontraron, y así poder demostrar la hipótesis de investigación. Los resultados de las pruebas se pueden visualizar en los *anexos del 5 al 7.*

  Es importante reiterar que los cambios que se realizaron para la prueba final se hicieron sobre la base de la igualdad del número de preguntas de los tres componentes que se manejaron: numérico, geométrico y aleatorio, de acuerdo con los resultados de los índices de dificultad y discriminación que se encontraron en la prueba inicial.

- Tercero, se caracterizaron los docentes que iban a trabajar con el grado sexto (jornada mañana), mediante encuesta que se puede visualizar en el *anexo 1*, con el fin de determinar: en primer lugar, el perfil profesional y pedagógico de los docentes (variable endógena que no se puede controlar); en segundo lugar, ver si los docentes trabajaban con el calendario matemático o no; en tercer lugar, cuál sería el grupo control y experimental. Además, se tuvo que aplicar la caracterización varias veces durante el año 2012, debido al cambio constante de docente; situación que se presenta en las instituciones del estado por traslado, o porque los docentes trabajan en provisionalidad o por horas extras. Esta fue una de las razones para escoger como grupo control, el curso 601.
- Cuarto, a través de pruebas estadísticas se determinó que si existían cambios positivos en los estudiantes frente al planteamiento y resolución de problemas, al aplicar la herramienta de calendario matemático; dicho hecho se verificó con los resultados de la pruebas inicial y final, donde se encontró que:
    - En la *prueba inicial*, los grupos (experimental y control) se comportan de maneras homogéneas, demostrado a través de la prueba de hipótesis de igualdad de varianzas y de diferencia de medias (utilizando

el programa SPSS). En este caso, los grupos inician el proceso en las mismas condiciones.

- Pero, en la prueba final, se encuentra que los grupos se comportan de maneras diferentes, puesto que al aplicar las mismas pruebas estadísticas de la inicial, se encontró que los cursos 601(grupo control) y 603 (grupo experimental) tienen promedios diferentes donde se evidencia que el grupo experimental tuvo mejor promedio que el grupo control; quedando así demostrado el tercer objetivo de la investigación.

Conclusiones sobre la hipótesis de investigación

Hipótesis: La aplicación del calendario matemático, en grado sexto, genera cambios positivos en los estudiantes frente a la resolución de problemas.

En la investigación se demuestra que la hipótesis que se planteó es verdadera, puesto que se comprobó que la aplicación del calendario matemático, trabajado con el grupo experimental (603), genera cambios positivos frente al planteamiento y resolución de problemas, esto se pudo verificar con el análisis de los resultados de las pruebas inicial y final que se les aplicó a los dos grupos.

Conclusiones finales

1. Se probó que el calendario matemático, como herramienta basada en el enfoque de planteamiento y resolución de problemas, genera cambios positivos en los estudiantes, específicamente hablando de los jóvenes, de grado sexto del Colegio Alexander Fleming I.E.D.
2. Las pruebas construidas sobre el calendario matemático responden al enfoque de planteamiento y resolución de problemas, y manejan los cinco pensamiento que se desarrollan en matemáticas: numérico, geométrico, métrico, variacional y aleatorio.
3. Los resultados arrojados por las pruebas demuestran que hay componentes que son dejados de lado en matemáticas como lo son: el geométrico-métrico y el aleatorio; pero que dichos componentes se pueden fortalecer a través de la utilización del calendario matemático, en nuestras clases; pues dicha herramienta maneja todos los componentes del área en los problemas que presenta. Y con los resultados de las pruebas se evidenció que, el grupo experimental, con el que se trabajó el calendario matemático, mejoró notablemente en los componentes geométrico y aleatorio cuando se evaluó la prueba final.
4. El trabajo con calendario matemático, no solo genera cambios positivos en los procesos de pensamiento sino que mejora la actitud de los estudiantes frente a las matemáticas; puesto que, la mayoría de ellos, demuestra mejor disposición con el uso de esta herramienta.

5. Como lo mencionaba el profesor Carlos Zuluaga, el trabajo con calendario matemático es un trabajo colectivo tanto con los estudiantes como con los docentes; pues si el docente demuestra interés para el manejo de este instrumento, los estudiantes, así mismo, se comprometen con el trabajo.

6. Durante el proceso de investigación se encuentra que no existen trabajos, en Colombia, sobre las implicaciones del calendario matemático frente al planteamiento y resolución de problemas de los estudiantes y, menos de instituciones de índole distrital y de poblaciones vulnerables, como es el caso de este estudio.

7. En la investigación se evidencia un aporte del calendario matemático respecto al fortalecimiento de procesos de pensamiento, con base en la contrastación de los resultados de la prueba inicial y final que permitió determinar que si se encontraron cambios; debido a que respecto a este material hay poca información frente a los cambios que se generan con el enfoque de planteamiento y resolución de problemas.

8. Se evidencia, también, que el componente de mayor fortaleza para los estudiantes es el numérico y que por tanto, como sugerencia se puede plantear que en el calendario matemático se dé más énfasis al aspecto geométrico y aleatorio, que presenta mayor dificultad con el fin de fortalecer estos procesos que son dejados de lado.

9. Es importante destacar que la página www.colombiaaprendiendo.edu.co construida por el profesor Carlos Zuluaga, ofrece otras herramientas que contribuyen al desarrollo y fortalecimiento del pensamiento matemático, como: actividades interactivas, tutoriales de geogebra, problemas mensuales. Además, el proyecto de matemática recreativa, en el cual está inmerso el calendario matemático, también presenta la cartelera matemática mensual y los cuadernillos para primaria y secundaria basados en el Enfoque de planteamiento y resolución de problemas.

Proyección de la investigación

Esta investigación, además de, brindar un primer aporte en lo referente al estudio del calendario matemático y sus implicaciones frente a la resolución de problemas, puesto que no existe información sobre ello; también deja abiertos múltiples interrogantes alrededor del proceso que se puede llevar con el mismo, desde la percepción de los docentes, el trabajo en el aula, los intereses de los estudiantes por determinados problemas, entre otros.

En el trabajo con calendario matemático se encuentran muchos factores que intervienen para que el proceso tenga un óptimo resultado, y surgen preguntas como:

1. ¿Cuál es la influencia que tiene la actitud del docente para que el trabajo con calendario matemático sea exitoso?

2. ¿Cuál o cuáles son las metodologías que un docente debería emplear en el aula de clase con el calendario matemático, que contribuyan a fortalecer el enfoque de resolución de problemas en los estudiantes?
3. ¿Qué percepciones tienen los docentes frente al trabajo con calendario matemático y cómo influyen, dichas percepciones, en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes?
4. ¿Cuáles son las dificultades de los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas matemáticos?

Todos estos aspectos y más, pueden generar otras investigaciones y pueden ofrecerle a la educación en matemáticas otras opciones para propender por el mejoramiento de competencias frente al planteamiento y resolución de problemas, que trae tantas dificultades a los estudiantes y docentes en los procesos de enseñanza aprendizaje, dentro de ámbitos educativos.

Impacto de la investigación

El alcance de este proyecto, se puede visualizar de la siguiente manera:

Impacto Esperado	**Plazo (años) después de finalizado el proyecto**
Está que es la primera investigación que se hace, en Colombia, sobre las implicaciones que tiene el calendario matemático frente a la resolución de problemas de los estudiantes.	Inmediato
Continuidad del trabajo con calendario matemático en la institución puesto que ya existe evidencia de que el trabajo con calendario matemático genera cambios positivos en los estudiantes frente a la resolución de problemas.	Corto, mediano y largo plazo
Aplicación de la herramienta de calendario matemático a nivel distrital, tomando muestras más grandes para demostrar que el uso del calendario matemático genera cambios positivos en los estudiantes frente a la resolución de problemas. Y así poder institucionalizar, a nivel distrital, el uso de esta herramienta dentro del trabajo en Matemáticas en los colegios públicos de Bogotá.	Largo plazo

BIBLIOGRAFÍA

Abad, F. y. (2006). *Introducción a la Psicometría. Teoría Clásica de los Tests y Teoría de la Respuesta al Ítem.* Universidad Autónoma de Madrid, Facultad de psicología. .

Albornoz, C., Albornoz, M. B., Andrade, A., Bustamante, M., Camacho, N., Canales, V., . . . Méndez, G. (s.f.). Memorias del grupo de estudio CTS (Ciencia, Tecnología y Sociedad) de FLacso-Ecuador sobre el texto: Introducción al pensamiento sistémico.

Alfaro, C., & Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático?. Percepciones en la enseñanza media costarricense. Cuadernos de Investigación y Formación en educación matemática (4), 83-98.

Aljure, J. P. (2007). Pensamiento sistémico: la clave para la creación de futuros realmente deseados. *ELEGIR, 9*.

Bagur, A. R. (Ed.). (Agosto de 2010). Matemática para todos. (102).

Balán, S. (2007). *Tesis.* Montemorelos, Nuevo León, Méx.

Bermejo, V. B. (2009). Perfil matemático de los niños con dificultades específicas de aprendizaje en matemáticas en función de su capacidad lectora. *Enseñanza de las ciencias, 27(3)*, 381–392.

Blanco, M. (2006). Dificultades específicas del aprendizaje de las matemáticas en los primeros años de la escolaridad: detección precoz y características evolutivas. *Resumen de tesis doctoral*. Madrid: Universidad de Valladolid.

Callejo de la Vega, M. (1994). *Un club matemático para la diversidad.* Madrid: Narcea S.A. de ediciones.

Cortada, K. (2002). Importancia de la investigación psicométrica. *Revista Latinoamericana de Psicología, 34(3)*, 229-240.

De Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor.* Barcelona: Labor S.A.

El constructivismo. Fundación Instituto de Ciencias del Hombre. (s.f.). Recuperado el 11 de Diciembre de 2012, de http://www.oposicionesprofesores.com/.../EL%20CONSTRUCTIVISMO.pd...

El modelo sistémico aplicado al campo educativo. APLICACIONES. (s.f.). Recuperado el 15 de Mayo de 2012, de www.iaf-alicante.es/imgs/ckfinder/.../PUB_Modelo_sistémcio_ES.pdf

Escudero, E. B., Larrazolo Reyna, N., & Rosas Morales, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del examen de habilidades y conocimientos básicos (EXHCOBA). *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 2*(1), 11-28.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. . (2003). Ministerio de Educación Nacional.

Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática. National Council Of Teachers Of Mathematica (NCTM). . (s.f.). Sociedad Andaluza de Educación matemática <<THALES>>.

Falk, M. (1983). Resolución de problemas como motivación metodología y objetivo. *Notas de Matemática. N° 16*, 1-46. Colombia.

Gonzalez, G. S., & Tapia Pérez , G. G. (s.f.). Descripción del nivel de facilidad y poder de discriminación del examen de inferencia estadística en métodos estadísticos en medicina veterinaria y zootecnia.

Juidías, J., & Rodríguez, I. (2005). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de Educación 342*, 257-286.

Gracia, F. (2005). Calendario matemático. *Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", 63*, 339-350.

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1995). Resolución de problemas. En J. Kilpatrick, P. Gómez, & L. Rico, *Educación Matemática.* (págs. 55-68). Bogotá: "una empresa docente" & Grupo Editorial Iberoamérica.

Larrazolo Reyna, N., Backhoff Escudero, N., & Rosas Morales, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del examen de habilidades conocimientos básicos (EXCHOBA). *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 2*(1).

León, J. A. (Diciembre de 2007). Pensamiento sistémico: la clave para la creación de futuros realmente deseados. *Elegir, 9*.

Mason, J. L. (1988). *Pensar matemáticamente.* Barcelona: Centro de publicaciones del MEC y Labor S.A.

Modelos pedagógicos. (s.f.). Recuperado el 8 de Noviembre de 2011, de www.iucesmag.edu.co/reglamentos/modelos.pdf

O'Connor, J., & Mc Demmot, I. (s.f.). *Introducción al pensamiento sistémico.* Recuperado el 12 de Mayo de 2012

Pita, S. P. (2002). *Investigación cuantitativa y cualitativa.* Obtenido de http://www.fisterra.com/mbe/investiga/cuanti_cuali/cuanti_cuali.asp

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Editorial Trillas.

Poveda, E. C. (s.f.). El modelo sistémico aplicado al campo educativo. APLICACIONES.

Rivière, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. En C. C. A. Marchesi, *Desarrollo psicológico y educación, III. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar* (págs. 155-182). Madrid: Alianza.

Rosa, Juan Enrique García de la. (Julio de 2011). Propuesta metodológica para el tratamiento a la resolución de problemas geométricos de álculo y demostración. *Cuadernos de educación y desarrollo, 3*. Cuba. Obtenido de www.eumed.net/ced/29/jegr.htm

Universidad de Chile. Vicerrectoría de Asuntos Académicos. Programa Académico de Bachillerato. (s.f.). Las Matemáticas: Dogma y Racionalismo. Contyraposición de ambas visiones, basado en el razonamiento matemático. Obtenido de html.rincondelvago.com/razonamiento-matematico.html

Zuluaga, C. (21 de Junio de 2011). Calendario matemático. (S. K. Becerra, Entrevistador)

Zuluaga, C. (s.f.). *Proyecto matemática recreativa.* Recuperado el 10 de Febrero de 2011, de http://www.colombiaaprendiendo.edu.co/material-del-proyecto/calendario-matematico/

(10 de Diciembre de 2012). Obtenido de http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4030006/lecciones/capitulotres/tema5.html

(21 de Enero de 2013). Obtenido de www.uoc.edu/in3/emath/docs/Distrib_Normal.pdf

(s.f.). Recuperado el 10 de Febrero de 2013, de e-stadistica.bio.ucm.es/glosario/distr_normal.html.

ANEXOS

Anexo 1: Encuesta de Caracterización Docente

ENCUESTA A DOCENTES DE MATEMÁTICAS DEL COLEGIO ALEXANDER FLEMING I.E.D. JORNADA MAÑANA[16]

COLEGIO ALEXANDER FLEMING
INSTITUCION EDUCATIVA DISTRITAL
Aprobaciones oficiales: Secretaria de Educación No 2594 del 19 de marzo/97; 5459del 6 de Diciembre/
Y 7542 del 11 de Octubre de 2.001; 2204 del 30 de Julio/02; y 1144 del 10 de Abril/03
NIT: 830.034.674-1 CODIGO DANE 11100118050
Calle 45 sur No 14 A19. Barrio San Jorge. Telefax 2795348. Bogotá, D.C

Estimado(a) docente, esta encuesta busca conocer la dimensión profesional y pedagógica de los docentes de Matemáticas de la institución. Por favor, marque con una equis (X) donde corresponda o de lo contrario, responda de manera abierta la pregunta.

Nombres y apellidos____

DIMENSIÓN PERSONAL Y PROFESIONAL

1. Rango de edad

25-35	
36-45	
46-55	

2. Antigüedad en la institución

Menos de 1 año	
1 a 3 años	
3 a 5 años	
Más de 5 años	

[16] Basado en la encuesta a estudiantes de la Secretaria de Educación Distrital Bogotá

3. Tipo de contrato

Propiedad	
Provisional	

4. En el colegio, en la jornada mañana, trabaja por

Horas	
Tiempo completo	

5. Último nivel profesional

Secundaria	
Pregrado	
Especialización	
Maestría	
Doctorado	

6. Usted es docente? SI___ NO___

601	
602	
603	

7. Profesión____

8. En grado sexto, en que cursos orienta procesos:

DIMENSIÓN PEDAGÓGICA

9. Conoce el modelo pedagógico de la institución? SI____ NO___

10. Si su respuesta fue afirmativa, mencione el modelo pedagógico de la institución?

____

____

PREGUNTA	NUNCA	ALGUNAS VECES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
11. Utiliza el modelo pedagógico de la institución en sus clases				
12. En sus clases prevalece el trabajo en grupo de los estudiantes				

13. Considera que sus clases son magistrales				
14. Trabaja calendario matemático en sus clases				
15. Trabaja mediante resolución de problemas en sus clases				
16. Se considera un docente autoritario				
17. Considera que tiene manejo de grupo				
18. Considera que es respetado por todos los estudiantes del curso				

19. Describa brevemente su metodología aplicada en su clase

____

____

______

20. ¿Cuáles de los siguientes recursos usa para desarrollar sus clases?

Tablero	___	Películas y videos	___	Láminas y otros materiales gráficos	___
Computadores	___	Diapositivas o acetatos	___	Música	___
Libros de texto	___	Laboratorios	___	Otros	___
Programas educativos computarizados	___	Mapas	___	Cuales	___

¡Gracias por tu tiempo!

Anexo 2: Calendario Matemático Junio 2012

Lunes 25

Adivina - Adivinador

Frutas verdes o moradas
que siempre van muy junticas
son muy sabrosas
y dulcecitas.

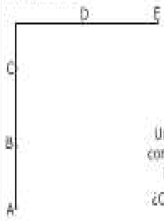
Martes 26

□ + □ × □ =

Ubica un dígito diferente en cada casilla y realiza las operaciones de izquierda a derecha, de tal forma que el resultado que obtengas sea mayor que 25 y menor que 35.

¡Hazlo de varias maneras!

Miércoles 27



Une con segmentos: A con E, E con B, B con D, D con C y C con E.

¿Cuántos triángulos se forman?

Jueves 28

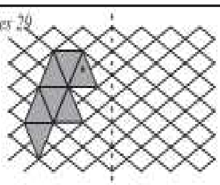
Cuando Martín cumplió 1 año su tío Lucas le regaló \$500 y cada año, en su cumpleaños, le ha regalado el doble del año anterior.

Hoy Martín cumple 10 años y espera sus regalos.

¿Cuánto dinero recibirá de su tío?

¿Cuánto dinero, en total, ha recibido de su tío en sus cumpleaños?

Viernes 29



Si sobre la línea punteada se coloca un espejo, ¿cómo es la imagen de la figura sombreada? ¡Dibújala!

Problema en Familia 30

Los siguientes números son múltiplos de su suma digital, excepto uno. ¿Cuál?

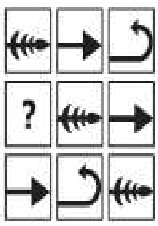
18, 24, 30, 50, 66

Justifica tu respuesta.

Rincón del juego:

¿Cuál figura debe ocupar el lugar de la interrogación?

¡Justifica!



Publicación mensual de
COLOMBIA APRENDIENDO
PROYECTO MATEMÁTICA RECREATIVA

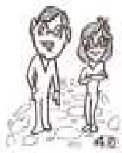
Autores: Equipo Colombia Aprendiendo
http://www.colombiaaprendiendo.edu.co
Fax. 2448056 Bogotá, D.C.
Director: Carlos Zuluaga

Calendario Matemático

Primer Nivel — Junio 2012

Nombre: .... **Curso:** ....

Los valores son las flores
que adornan a los humanos
y debemos practicarlos
como buenos ciudadanos



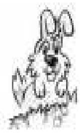
Viernes 1

Dados los números: **8**, **12**, **16**, **31** y **33**, debes encontrar una adición cuyo resultado sea 100.

La adición debe tener cinco sumandos y en ella puedes repetir cualquier número tantas veces como sea necesario.

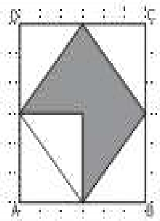
Problema en Familia 2-3

El conejo saltarín da 8 saltos en 36 segundos. ¿Cuánto tiempo tarda el conejo saltarín en dar 20 saltos?



Lunes 4

¿Qué fracción del área del cuadrado ABCD corresponde al área sombreada?



Martes 5

Anagrama

Rodrigo es un buen profesor.

D	A		A	L	G	E	B	R	A
1	2		3	4	5	6	7	8	9

de una manera

_ _ _ _ _ _ _ _ _.
2 5 8 3 1 9 7 4 6

Miércoles 6

1202 es un número que tiene los mismos dígitos del año en curso: **2012**.

¿Cuál es el mayor número de cuatro dígitos que se puede escribir con los dígitos de 2012?

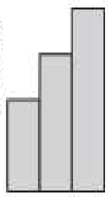
¿Cuál es el menor?

(Recuerda que ningún número comienza con 0.)

Jueves 7

La figura está formada por tres listones de igual ancho pero de tres largos diferentes. El ancho común es 10 cm. Hay un listón de 20 cm de largo, un listón de 30 cm de largo y un listón de 40 cm de largo.

¿Cuál es el perímetro de la figura?



Viernes 8

Falso o Verdadero

1+35+79 = 9+75+31

135+7+9 = 97+53+1

José Jair Díaz Quevedo
Calculista Rápido

Problema en Familia 9-10

1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12

De la anterior lista, Ramiro y Rocío escogen alternadamente cada uno cuatro números y van tachando los números escogidos.

Al final se comprueba que la suma de los números escogidos por Rocío corresponde exactamente a las cuatro quintas partes de la suma de los números escogidos por Ramiro.

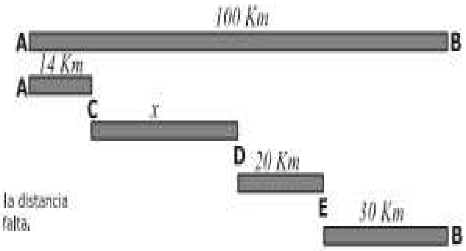
¿Cuál número quedó sin tachar?

Lunes 11

Transforma la palabra **VASO** en la palabra **TINA** cambiando cada vez una letra en cada palabra. Las palabras que van apareciendo deben estar en el diccionario.

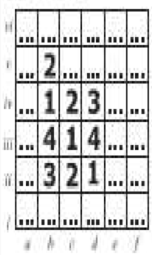
V	**A**	**S**	**O**
T	**I**	**N**	**A**

Martes 12



Determina la distancia que falta.

Miércoles 13



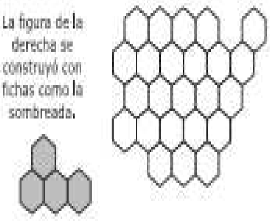
Completa el arreglo con los dígitos 1, 2, 3 y 4 siguiendo la secuencia.

¿En cuál fila la suma de sus dígitos es la mayor?

¿En cuál columna la suma de sus dígitos es la menor?

Jueves 14

La figura de la derecha se construyó con fichas como la sombreada.

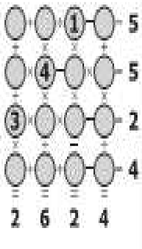


¿Cuántas fichas se utilizaron?

¡Coloréalas!

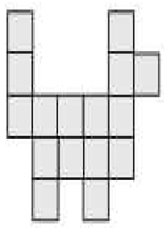
Viernes 15 Ubica uno de los dígitos 1, 2, 3 o 4, uno en cada círculo, de tal manera que:

- En cada fila y en cada columna aparezcan los cuatro dígitos.
- Al realizar las operaciones en cada fila (de izquierda a derecha) y en cada columna (de arriba hacia abajo) se obtengan los resultados dados.



Problema en Familia 16-17

Reconstruye un cuadrado con las cuatro fichas que forman la figura.



Lunes 18

$$\begin{array}{r} \square\,\boxed{1}\,\square \\ \times\ \square\,\boxed{3} \\ \hline \boxed{1}\,\square\,\boxed{5}\,\square \\ \square\,\boxed{3}\,\square\ \ \\ \hline \boxed{9}\,\square\,\boxed{3}\,\square \end{array}$$

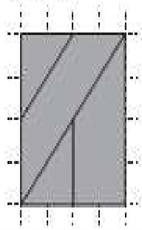
Completa la multiplicación.

Martes 19

Completa la frase para que sea verdadera.

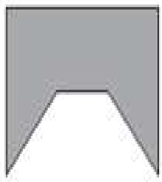
Miércoles 20

Tangrama



Divide un cuadrado en las cuatro fichas que se muestran a la izquierda.

Con estas cuatro fichas reconstruye la figura de la derecha.



Jueves 21

Completa la operación.

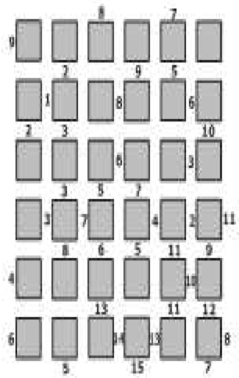
En cada una de las tres casillas vacías debes escribir el mismo dígito.

$$8\square \times \square = 51\square$$

Viernes 22

Encuentra un camino en el laberinto que recorra los números del 1 al 15 de menor a mayor.

El camino puede tocarse o también cruzarse en los cruces, pero no puede recorrerse más de una vez.



Problema en Familia 23-24

Sabías que ...

La anaconda es la serpiente más grande del mundo llegando a alcanzar hasta 8 metros de largo.

¿Cuántos niños de tu estatura deben acostarse uno a continuación de otro para superar la longitud de la anaconda?

Publicación mensual de
Colombia Aprendiendo
Proyecto Matemática Recreativa

Junio 2012

Anexo 3: Prueba Inicial

COLEGIO ALEXANDER FLEMING
INSTITUCION EDUCATIVA DISTRITAL
Aprobaciones oficiales: Secretaria de Educación No 2594 del 19 de marzo/97; 5459del 6 de Diciembre/
Y 7542 del 11 de Octubre de 2.001; 2204 del 30 de Julio/02; y 1144 del 10 de Abril/03
NIT: 830.034.674-1 CODIGO DANE 11100118050
Calle 45 sur No 14 A19. Barrio San Jorge. Telefax 2795348. Bogotá, D.C

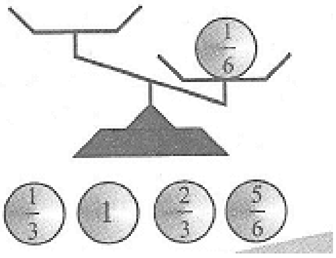
PRUEBA INICIAL[17]

1. Para que la expresión sea verdadera faltan tres signos: un x, un + y un –

$$9 \square (8 \square 7) \square (6 - 5) = 10$$

La forma correcta de organizar los signos es:
a. 9 + (8 – 7) x (6 – 5) = 10
b. 9 x 8 – 7 + 6 – 5 = 10
c. 9 + (8 – 7) – (6 + 5) = 10
d. 9 + 8 – 7 x 6 – 5 = 10

2. Sin mover  equilibra la balanza

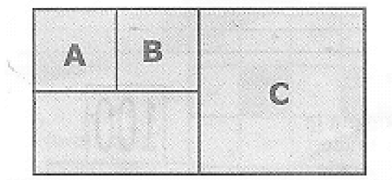


Una manera de equilibrarla es usando las esferas cuyos números son:

a. 1/3 + 2/3 = 1
b. 2/3 – 1/3 =1/6
c. 1 = 5/6 + 1/6
d. 1 = 1/6 + 2/3

3. Se escriben en letras todos los números desde 1 hasta 100 y luego se ordenan alfabéticamente. El número que ocupa el segundo lugar es:
   a. Cinco
   b. Cien
   c. Catorce
   d. Cuatro

4. En la figura **A**, **B** y **C** son cuadrados. Si el perímetro de **A** es 16 cm, El área de **C** es:



   a. 8 cm^2
   b. 16 cm^2
   c. 32 cm^2
   d. 64 cm^2

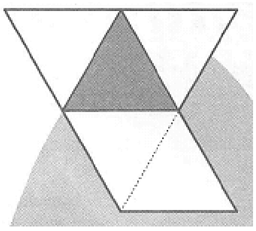
5. La figura está formada por cuatro triángulos equiláteros. El perímetro del triángulo

---

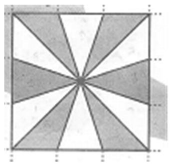
[17] La prueba fue diseñada con base en el Calendario Matemático-Primer Nivel. Junio, Julio, Agosto y Septiembre de 2011. Publicación mensual de Colombia Aprendiendo. Proyecto Matemática Recreativa

sombreado mide 21 cm. El perímetro de toda la figura mide:

a. 35 cm
b. 77 cm
c. 49 cm
d. 105 cm

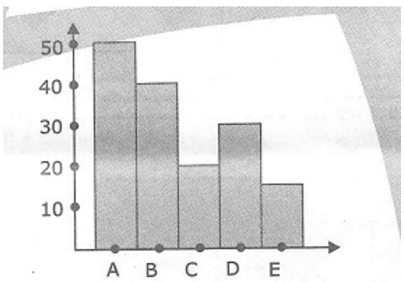


6. ¿Qué fracción del área del cuadrado representa el área de la región sombreada?
   a. 1/12
   b. 1/6
   c. 1/3
   d. 1/2



Para los ejercicios 6 y 7 utilice la siguiente información:

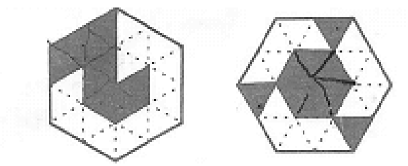
A, B, C, D, y E representan el número de almuerzos que venden 5 restaurantes diferentes en un día. El precio por almuerzo en cada uno de ellos es, respectivamente, $3600, $4200, $8400, $6000 y $11500.



7. El restaurante A recibe diariamente:
   a. $180000
   b. $18.000
   c. $15.000
   d. $150.000

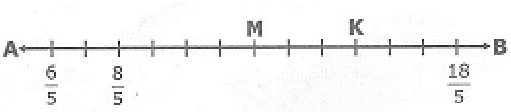
8. El restaurante que vende menos almuerzos es:
   a. D
   b. C
   c. B
   d. E

9. El hexágono que gastó más pintura oscura fue:



   a. El hexágono de la derecha porque tiene más pintura dentro de la figura.
   b. Los dos gastaron la misma pintura.
   c. El hexágono de la derecha porque tiene un hexágono completo dentro de la figura.
   d. El hexágono de la izquierda porque tiene más pintura, pues forma una Z.

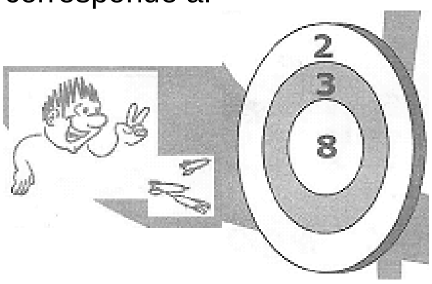
10. Las marcas en la recta $\overleftrightarrow{AB}$ están igualmente espaciadas.



El número que le corresponde a M es:

a. 15/5
b. 15
c. 12
d. 12/5

11. Guillermo lanza y obtiene 16 puntos y puede hacer en total 10 lanzamientos. De las siguientes afirmaciones la que es incorrecta corresponde a:



a. Obtiene 16 puntos con dos lanzamientos de 8 puntos.
b. Al obtener 8 puntos en 4 lanzamientos de 2 puntos y en un lanzamiento que obtenga 8 puntos. El total corresponde a 16 puntos.
c. Es imposible que obtenga 16 puntos porque máximo se pueden obtener 13 puntos.
d. Obtiene 16 puntos al obtener 2 en 8 lanzamientos.

Para los ejercicios 12 y 13 utilice la siguiente información:

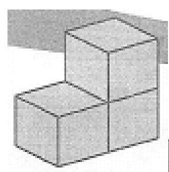
La siguiente tabla muestra la cantidad de sombrillas vendidas en “Aguas vivas” durante la semana pasada.

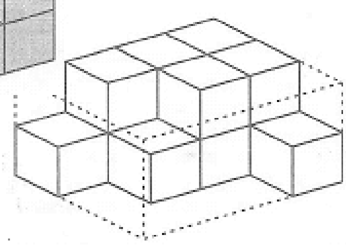
Lunes	7
Martes	8
Miércoles	15
Jueves	13
Viernes	6
Sábado	30
Domingo	12

12. El promedio de sombrillas vendidas durante la semana pasada fue de:
a. 91
b. 13
c. 18.2
d. 42

13. El día de mayor venta de sombrillas fue:
a. Miércoles
b. Domingo
c. Jueves
d. Sábado

14. ¿Es posible completar la estructura 3x2x4 de abajo con fichas como la de la izquierda?





a. Sí, porque se completa la figura con tres fichas.
b. No, porque hacen falta fichas para completarla.

c. Sí, porque con dos fichas se completa la figura.
d. No, porque a estructura debería ser de 2x3x2 para poder completar la estructura.

15. Para preparar un postre se necesitan 125 gr de harina. La cantidad de postres que es posible preparar con 3.5 kg de harina es:

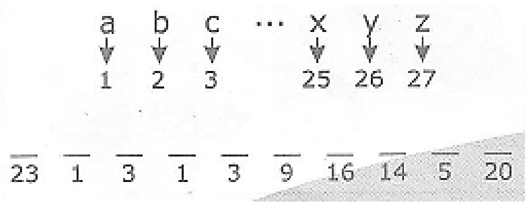
a. 0.028
b. 3500
c. 28
d. 128.5

16. Los siguientes números forman una secuencia, los términos faltantes son:

3, 5, 9, 15, __, __, 45, __.

a. 17, 19 y 47
b. 21, 27 y 51
c. 19, 21 y 47
d. 23, 33 y 59

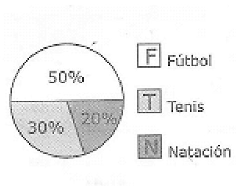
17. Teniendo en cuenta la secuencia, la palabra oculta es:



a. Vacación
b. Vacaciones
c. Vacantes
d. Vacacionar

Para los ejercicios 18 y 19 utilice la siguiente información:

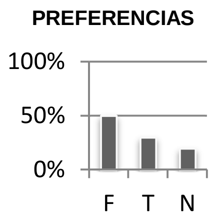
El diagrama de la izquierda representa las preferencias deportivas de un grupo de 90 personas.



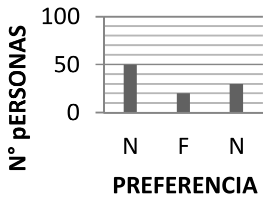
18. La cantidad de personas a las que les gusta la natación es:
a. 17
b. 18
c. 27
d. 25

19. Con esta información el diagrama de barras adecuado es:

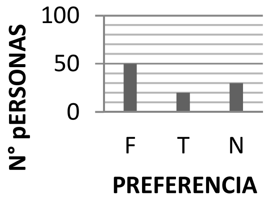
a.



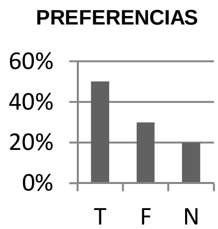
c.



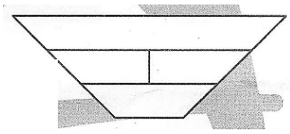
b.



d.

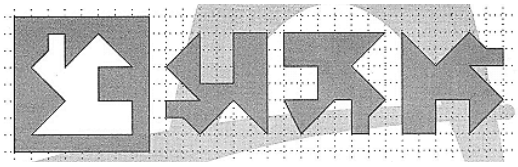


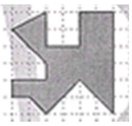
20. El número de trapecios que hay en la figura es:

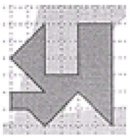


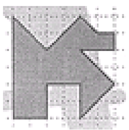
a. 4
b. 5
c. 8
d. 7

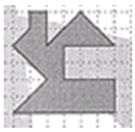
21. La figura de la derecha se le retiró un pedazo. ¿Cuál de las figuras de la derecha es la que corresponde?



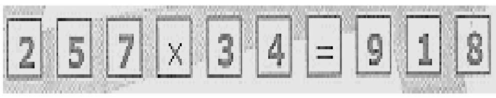
a.


b.


c.


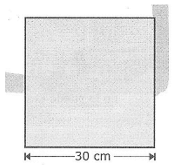
d.


22. La tarjeta que se debe retirar para que la multiplicación sea correcta es:



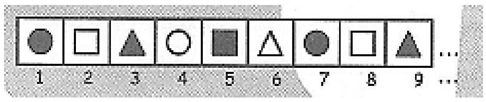
a. 1
b. 7
c. 4
d. 5

23. ¿Cuántas baldosas como la de la derecha se necesitan para cubrir una superficie cuadrada con perímetro 24 m?



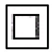
a. 400
b. 2400
c. 600
d. 3600

24. La figura que corresponde según la secuencia en la posición 12 es:



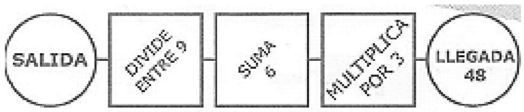
a.


b.


c.


d.


25. El número que debe ir en el círculo de SALIDA de este conjunto de instrucciones es:



a. 16.6
b. 108
c. 10
d. 90

Anexo 4: Prueba Final

COLEGIO ALEXANDER FLEMING
INSTITUCION EDUCATIVA DISTRITAL
Aprobaciones oficiales: Secretaria de Educación No 2594 del 19 de marzo/97; 5459del 6 de Diciembre/:
Y 7542 del 11 de Octubre de 2.001; 2204 del 30 de Julio/02; y 1144 del 10 de Abril/03
NIT: 830.034.674-1 CODIGO DANE 11100118050
Calle 45 sur No 14 A19. Barrio San Jorge. Telefax 2795348. Bogotá, D.C

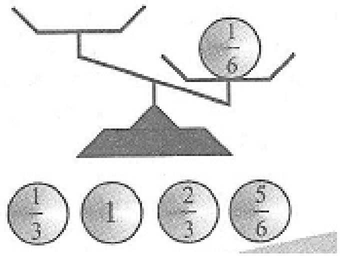
PRUEBA FINAL[18]

1. Para que la expresión sea verdadera faltan tres signos: un x, un + y un –

$$9 \square (8 \square 7) \square (6 - 5) = 10$$

La forma correcta de organizar los signos es:
a. 9 + (8 – 7) x (6 – 5) = 10
b. 9 x 8 – 7 + 6 – 5 = 10
c. 9 + (8 – 7) – (6 + 5) = 10
d. 9 + 8 – 7 x 6 – 5 = 10

2. Sin mover equilibra  la balanza



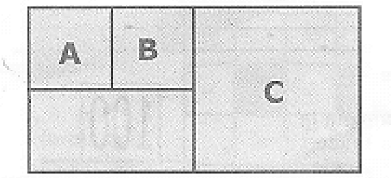
Una manera de equilibrarla es usando las esferas cuyos números son:
a. 1/3 + 2/3 = 1
b. 2/3 – 1/3 =1/6
c. 1 = 5/6 + 1/6
d. 1 = 1/6 + 2/3

---

[18] La prueba fue diseñada con base en el Calendario Matemático-Primer Nivel. Junio, Julio, Agosto y Septiembre de 2011. Publicación mensual de Colombia Aprendiendo. Proyecto Matemática Recreativa

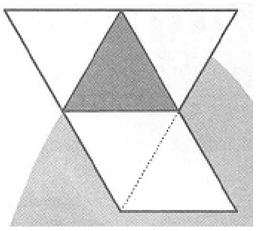
3. Se escriben en letras todos los números desde 1 hasta 100 y luego se ordenan alfabéticamente. El número que ocupa el segundo lugar es:
   a. cinco
   b. cien
   c. catorce
   d. cuatro

4. En la figura **A**, **B** y **C** son cuadrados. Si el perímetro de **A** es 16 cm, El área de **C** es:

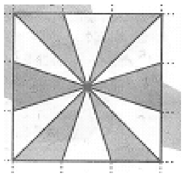


   a. 8 cm^2
   b. 16 cm^2
   c. 32 cm^2
   d. 64 cm^2

5. La figura está formada por cuatro triángulos equiláteros. El perímetro del triángulo sombreado mide 21 cm. El perímetro de toda la figura mide:
   a. 35 cm
   b. 77 cm
   c. 49 cm
   d. 105 cm

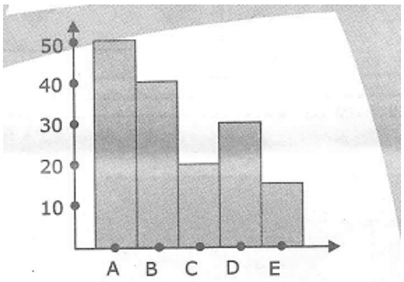


6. ¿Qué fracción del área del cuadrado representa el área de la región sombreada?
   a. 1/3
   b. 1/6
   c. 6
   d. 1/2



Para los ejercicios 7 y 8 utilice la siguiente información:

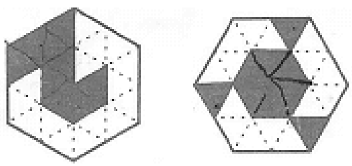
A, B, C, D, y E representan el número de almuerzos que venden 5 restaurantes diferentes en un día. El precio por almuerzo en cada uno de ellos es, respectivamente, $3600, $4200, $8400, $6000 y $11500.



7. El restaurante A recibe diariamente:
    a. $180000
    b. $18.000
    c. $15.000
    d. $150.000

8. El restaurante que vende menos almuerzos es:
    a. D
    b. C
    c. B
    d. E

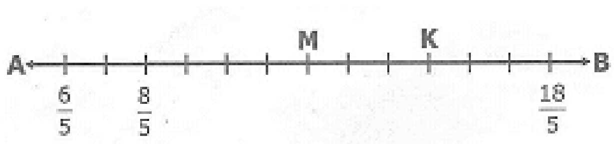
9. El hexágono que gastó más pintura oscura fue:



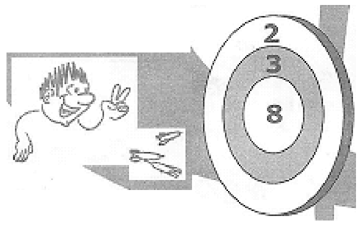
    a. el hexágono de la derecha porque tiene más pintura dentro de la figura.
    b. los dos gastaron la misma pintura.
    c. el hexágono de la derecha porque tiene un hexágono completo dentro de la figura.
    d. el hexágono de la izquierda porque tiene más pintura, pues forma una Z.

10. Las marcas en la recta $\overleftrightarrow{AB}$ están igualmente espaciadas.
El número que le corresponde a M es:

a. 15/5
b. 15
c. 12
d. 12/5



11. Guillermo lanza y obtiene 16 puntos y puede hacer en total 10 lanzamientos. De las siguientes afirmaciones la que es incorrecta corresponde a:



a. obtiene 16 puntos con dos lanzamientos de 8 puntos.
b. al obtener 8 puntos en 4 lanzamientos de 2 puntos y en un lanzamiento que obtenga 8 puntos. El total corresponde a 16 puntos.
c. es imposible que obtenga 16 puntos porque máximo se pueden obtener 13 puntos.
d. obtiene 16 puntos al obtener 2 en 8 lanzamientos.

Para los ejercicios 12 y 13 utilice la siguiente información:

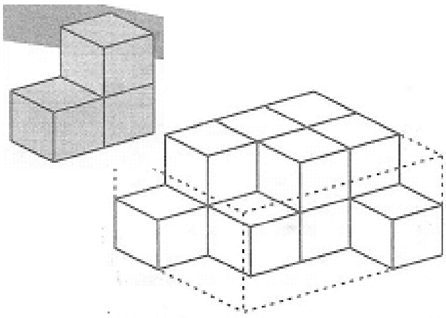
La siguiente tabla muestra la cantidad de sombrillas vendidas en “Aguas vivas” durante la semana pasada.

Lunes	7
Martes	8
Miércoles	15
Jueves	13
Viernes	6
Sábado	30
Domingo	12

12. El promedio de sombrillas vendidas durante la semana pasada fue de:
a. 91
b. 13
c. 18.2
d. 42

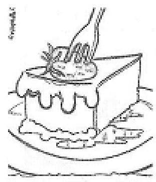
13. El día de mayor venta de sombrillas fue:
    a. miércoles
    b. domingo
    c. jueves
    d. sábado

14. ¿Es posible completar la estructura 3x2x4 de abajo con fichas como la de la izquierda?



    a. sí, porque se completa la figura con tres fichas.
    b. no, porque hacen falta fichas para completarla.
    c. sí, porque con dos fichas se completa la figura.
    d. no, porque a estructura debería ser de 2x3x2 para poder completar la estructura.

15. Para preparar un postre se necesitan 125 gr de harina. La cantidad de postres que es posible preparar con 3.5 kg de harina es:
    e. 0.028
    f. 3500
    g. 28
    h. 128.5



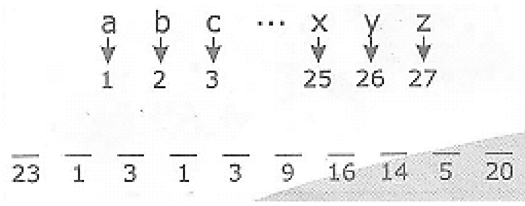
16. Los siguientes números forman una secuencia, los términos faltantes son:

3, 5, 9, 15, __, __, 45, __.

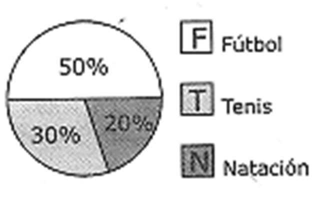
    e. 17, 19 y 47
    f. 21, 27 y 51
    g. 19, 21 y 47
    h. 23, 33 y 59

17. Teniendo en cuenta la secuencia, la palabra oculta es:

e. vacación
f. vacaciones
g. vacantes
h. vacacionar



Para los ejercicios 18 y 19 utilice la siguiente información:

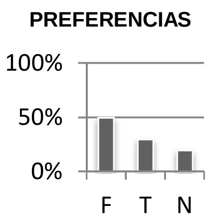


El diagrama de la izquierda representa las preferencias deportivas de un grupo de 90 personas.

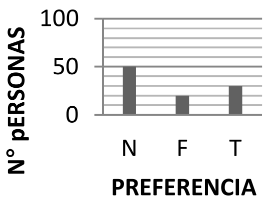
18. La cantidad de personas a las que les gusta la natación es:
   e. 17
   f. 18
   g. 27
   h. 25

19. Con esta información el diagrama de barras adecuado es:

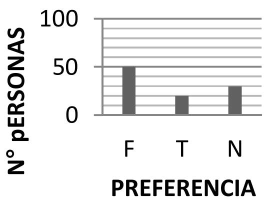
a.



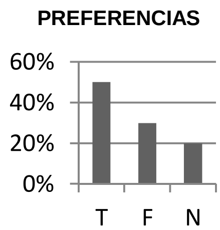
b.



c.

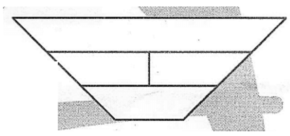


d.

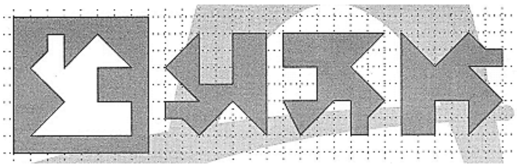


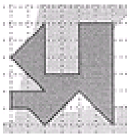
20. El número de trapecios que hay en la figura es:

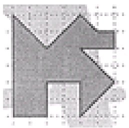
e. 4
f. 5
g. 8
h. 7

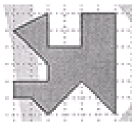


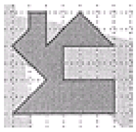
21. La figura de la derecha se le retiró un pedazo. ¿Cuál de las figuras de la derecha es la que corresponde?



a. 

b. 

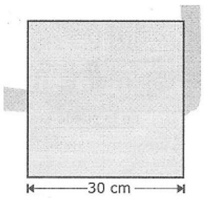
c. 

d. 

22. La tarjeta que se debe retirar para que la multiplicación sea correcta es:

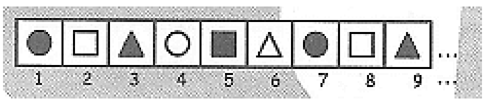
e. 1
f. 7
g. 4
h. 5

23. ¿Cuántas baldosas como la de la derecha se necesitan para cubrir una superficie cuadrada con perímetro 24 m?



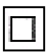
e. 400
f. 2400
g. 600
h. 3600

24. La figura que corresponde según la secuencia en la posición 12 es:



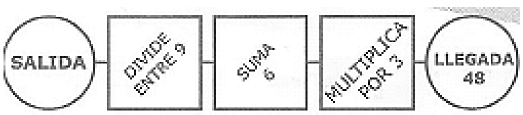
a. 

b. 

c. 

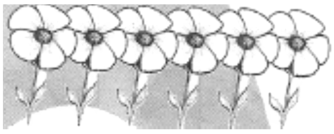
d. 

25. El número que debe ir en el círculo de SALIDA de este conjunto de instrucciones es:

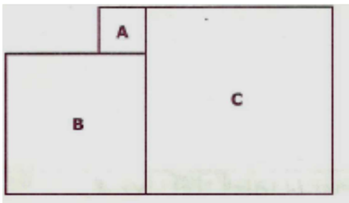


e. 16.6
f. 108
g. 10
h. 90

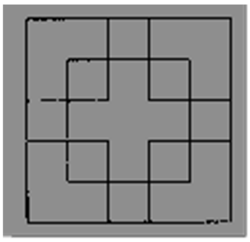
26. Vendí cierta cantidad de flores. Si cada una de estas flores representa media docena de las que vendí, ¿cuántas docenas fueron?
    a. 36
    b. 12
    c. 3
    d. 6



27. **A**, **B** y **C** son cuadrados. El perímetro de **A** es 8 cm, el perímetro de **B** es 24 cm. ¿Cuál es el perímetro de **C**?
    a. 64 cm^2
    b. 32 cm
    c. 36 cm^2
    d. 44 cm



28. ¿Cuántos cuadrados hay?
    a. 8
    b. 10
    c. 13
    d. 14



Para los ejercicios 29 y 30 utilice la siguiente información:

Se lanzan dos dados

29. ¿Cuáles son los posibles resultados?
    a. (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)
    b. (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)
    c. (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,4) (4,5) (4,6) (5,5) (5,6) (6,6)
    d. (1,1) (2,2) (3,3 (4,4) (5,5) (5,6) (6,6)

30. ¿Cuáles son los que menos se repiten?
    a. (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)
    b. (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,4) (4,5) (4,6) (5,5) (5,6) (6,6)
    c. (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)
    d. (1,1) (2,2) (3,3 (4,4) (5,5) (5,6) (6,6)

Anexo 5: Resultados prueba Inicial Grupo Control y Grupo Experimental

RESULTADOS DE LA PRUEBA INICIAL

GRUPO CONTROL (GC) Y GRUPO EXPERIMENTAL (GE)

	NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO							
	1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19
	a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a
4	d	c	a							a	b	c	a					c	d	c	d				
2	c	d								d	d	b	c					d	d	d					
22	a		c	b	b	b	c	a	c	c	a	b	c	d	a	d	b	b	b	b	d	a	d	a	c
11	c	a	a	c	a	c	a	a	d	b	a	a	d	b	a	d	b	c	d	a	a	a	d	d	b
15	c	b	d	c	b	d	a	c	b	d	d	c	c	d	a	d	d	c	a	d	a	a	d	d	b
17	b	a	a	d	c	d	c	b	c	a	c	b	a	d	a	a	a	c	d	d	b	a	d	c	d
13	a	b	c	c	b	d	c	d	c	a	a	c	a	d	a	b	b	c	d	d	b	a	d	d	c
19	a	b	c	c	b	a	d	c	b	c	a	d	a	a	a	c	c	c	d	d	b	a	b	d	b
30	b	b	b	b		b	b	a	a	d	a	c	b	d	b	c	d	c	a	a	c	a	d	d	d
1	c	b	d	a	d	d	b			a	d	c	a	b	d	c		c	d	d	c	a	d	d	b
13	b	a	b	c	a	b	b	b	c	c	c	c	d	d	a	d	b	b	c	d	b	a	d	c	d
30	b	b	d	d	b	b	b	b	c	b	d	c	d	b	a	c	d	c	b	d	a	d	a	a	d
15	c	d	c	c	c	a	b	d	b	c	d	d	d	a	b	b	b	c	a	d	b	a	d	d	c
3					d	b	d	b		c	d		b	a	a				b	d	a		d	a	c
5	a	b	d	c	d	b	a	b	c	c	d	c	a	d	a	c	c	c	b	b	a	a	b	b	d
10	a	a	d	c	b	b	d	a	a	c	d	b	c	a	b	d	d	d	b	b	a	a	d	d	b
24	a	c	c	b	d	d	b	b	a	d	d	b	a	d	a	d	a	a	d	d	b	a	d	a	d
5	d	a	d	d	a	b	d	d	d	b	d	d	a	d	a	d	b	c	d	d	d	a	d	d	d
7	a	c	c	d	a	b	d	b	d	c	c	b	c	d	a	d	c	d	d	b	a		c	d	d
12	b	d	d	b	c	a	c	c	d	b	b	c	a	a	a	d	a	d	d	d	c	a	d	d	b
23	a	b	d	d		b	d	b	c	a	d	c	a	d	c	d	b	c	b	d	d	a	d		d
25	b	a	d	c	d	b	a	b	b	c	d	c	b	a	a	a	c	c	d	d	b	a	d	a	b
26	c	d	d	c	b	d	c	b	a	c	d	d	a	b	a	d	a	c	d	d	d	d	d	d	d
27	a	b	a	b	b	b	b	d	a	b	a	c	b	d	b	b	c	b	d	d	c	a	d	d	d
31	c	d	b	d	c	b	a	b	c	b	d	c	a	b	a	c	a	c	a	d	b	a	d	a	b
32	b		d	c	a	b	d	b	c		b	c	c	a	b	d	a	a	b	d	d	a	d	d	b
1	a	c	d	b	b	b	c	d	c	d	d	b	b	b	b	b	b	c			a	a	d		
8	a	b	d	b	d	b	b	b	c	c	d	a	b	a	d	d	d	c	b	d	a	a	d	d	d
20	d	c	c	d	c	b	d	b	c	c	d		a	b	a	d	b	c	d	d	c	a	d	d	d
27	b	b	d	d	b	b	c	b	c	b	d	d	a	b	a	d	b	c	d	d	a	a	d	d	b
29	b	a	d	b	a	b	d	b	a	b	d	c	b	d	a	c	b	d	d	b	a	a	d	d	d
31	a	c	d	d	d	d	d			d	a	d	b	a	b	c	b	c	c	b	a	a	d	c	d

32	c	b	d	d	d	b	c	b	a	c	d	c	b	b	a	d	c	c	b	d	b	a	d	d	d
33	c	d	b	b	a	b	d			c	d	d	b	d	c	a		c	a	d	d	a	d	c	b
35	a	b	d		a	b		d	d	a	d	b	b	a	a	d		d	d	d	a	a	d		b
36	c	b	a	c	d	d	a	a	d	b	d	c	a	b	a	d	a	c	d	d	b	a	d	d	d
14	c	a	d	d	a	b	d	b	c	b	d	c	a	d	a	d	b	d	a	d	a	a	d	c	b
18	a	b	d	c	d	d	b	b	d	a	d	b	d	d	a	d	a	a	b	d	b	a	d	d	d
20	b	c	b	d	b	b	b	d	d	d	d	d	a	b	a	b	b	d	a	a	a	a	d	d	b
22	c	a	d	a	a	b	d	c	b	b	b	b	b	a	a	d	a	c	d	d	c	a	d	d	d
24	a	d	d	b	a	d	a	a	c	a	d	c	a	b	a	b	d	c	c	d	c	b	d	d	a
7	c	c	a	d	c	b	d	b	b	a	d	c	a	a	c	d	a	c	d	d	c	a	d		d
9	c		b	c	d	b	d	b	b	d	d	d	a	c	b	d	b	d	b	d	b	a	d	d	b
16	c	a	d	c	a	a	d	d	a	d	d	b	b	d	a	d	a	d	a	c	d	c	d	b	c
17	a	c	c	c	d	d	a	b	b	d	d	c	d	d	a	d	a	c	b	d	a	c	d	c	a
25	c	b	d	c	a	b	d	d	c	d	c	d	d	a	b	d	b	c	a	d	b	a	d	d	d
26	b	c	d	d	d	b	a	b	d	c	d	b	a	b	b	c	b	d	d	a	d	c	d	c	d
28	b	a	d	d	a	d	d	b	a	b	d	c	c	b	b	b	b	d	b	d	b	a	d	c	d
3	a	a	d	b	a	b	d	b	d	a	d	c	c	d	a	b	c	c	a	d	b	a	d	d	c
10	a	b	d	c	a	b	a	b	c	d	d	b	c	b	b	c	b	c	d	d	c	a	d	d	a
21	b	c	a	c	c	d	b	a	d	d	c	c	b	b	a	a	a	c	d	d	d	b	d	d	c
29	a	a	b	a	c	b	d	b	a	d	d	a	c	b	a	d	a	b	d	d	a	a	d	b	a
6	a	b	d	b	b	b	d	d	c	d	d	a	b	b	d	b	c	d	b	d	b	a	d	d	d
12	d		d	c	d	b	b	b	d	d	d	b	b	a	b	c	c	c	d	d	a	a	d	a	a
21	a	d	d	c	a	b	a	b	d	b	b	c	a	d	b	b	c	c	c	d	a	a	d	d	b
4	a	c	d	a	a	b	b	b	c	a	d	c	a	b	c	b	c	d	b	d	b	a	d	d	c
9	b	a	d	c	c	b	d	b	b	c	c	c	b	a	b	c	a	c	b	d	a	a	d	b	d
19	a	b	d	c	c	b	d	b	d	d	d	b	b	d	a	a	a	d	d	b	b	a	d	c	d
28	a	c	c	a	d	b	d	a	c	d	d	c	b	b	a	d	d	c	d	d	c	a	d	b	d
34	a		d	c	d	b	c	b	d	a	d	b	d	a	a	b	b	d	b	d	a	a	d	d	d
2	a	b	d	c	d	b	d	b		c	d	d	b	a	b	d	b	a	b	d	a	a	d	a	c
11	c	b	d	d	c	b	c	b	d	c	b	d	d	b	a	d	b	d	d	d	b	a	d	b	a
23	a	d	d	b	b	b	b	b	d	d	a	d	b	a	a	c	a	d	d	d	a	a	d	d	d
6	c	c	b	a	b	b	d	b	a	b	d	b	b	d	b	b	b	a	a	d	c	a	d	b	b
16	a	a	d	c	a	b	d	b	a	d	d	c	b	a	d	d	c	d	d	d	c	a	d	d	a
33	a	c	d	d	d	b	d	b	d	d	b	b	a	b	b	d	b	d	d	d	a	a	d	d	c
18	c	c	c	b	d	b	d	a	d	b	d	c	b	a	a	a	a	d	a	d	d	a	d	d	b
36	a	b	c	c	d	b	c	b	b	b	d	d	b	b	b	d	b	d	a	d	a	a	d	a	d
14	a	d	d	c	a	b	d	b	d	c	c	b	b	d	a	b	a	c	d	d	b	c	d	d	d
8	a	c	d	a	d	b	d	b	d	c	b	b	b	b	d	a	c	d	d	d	c	a	d	d	d
35	d	a	d	c	d	b	d	b	c	d	b	d	b	a	b	d	a	d	d	d	c	a	d	d	a
34	a		d	b	c	b	d	b	b	b	c	b	d	a	b	b	d	d	a	d	c	b	d	a	a

GE-601

GC-603

ANÁLISIS DE RESPUESTAS

CORRRECTAS 1
INCORRECTA 0

	NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO									
	1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19		
	a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a		
4	0	1	0							0	0	0	0					0	0	0	0					1	GB-27%
2	0	0								0	0	0	0					1	0	1						2	
22	1		0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	
11	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	5	
15	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	5	
17	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	5	
13	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	5	
19	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5	
30	0	0	0	0		1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	5	
1	0	0	1	0	1	0	0			0	0	0	0	1	0	0		0	0	1	1	0	1	0	0	6	
13	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	6	
30	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	6	
15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	6	
3					1	1	1	1		0	0		1	0	0				0	1	0		1	0	0	7	
5	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	7	
10	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	7	
24	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	7	
5	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
7	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		0	0	0	8	
12	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	8	
23	1	0	1	0		1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1		0	8	
25	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
26	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
27	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	8	
31	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	8	
32	0		1	1	0	1	1	1	0		0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0			0	0	1			8	
8	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
20	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0		0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	8	
27	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
29	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	8	
31	1	1	1	0	1	0	1			0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	8	

32	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
33	0	0	0	0	0	1	1			0	0	1	1	0	1	0		0	1	1	0	0	1	0	0	8	
35	1	0	1		0	1		0	1	0	0	0	1	0	0	0		1	0	1	0	0	1		0	8	
36	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	8	
14	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	9	
18	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	9	
20	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	9	
22	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	9	
24	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	9	
7	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1		0	9	
9	0		0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	9	
16	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	9	
17	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	9	
25	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	9	
26	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	9	
28	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	9	
3	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	10	
10	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	10	
21	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	10	
29	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	10	
6	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	10	
12	0		1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	10	GA-27%
21	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	10	
4	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	11	
9	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	11	
19	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	11	
28	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	11	
34	1		1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	11	
2	1	0	1	1	1	1	1	1		0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	11	
11	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	11	
23	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	11	
6	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	12	
16	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	12	
33	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	12	
18	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	12	
36	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	13	
14	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	13	
8	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	14	
35	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	14	
34	1		1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	15	
1	33	17	44	29	22	52	33	44	21	17	8	15	28	24	4	15	20	25	14	58	15	3	66	7	9		
0	38	48	26	39	46	18	36	23	44	54	64	55	44	46	66	54	46	46	57	13	56	65	4	59	60		
Blanco	1	7	2	4	4	2	3	5	7	1	0	2	0	2	2	3	6	1	1	1	1	4	2	6	3		
TOTAL	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72		

P: INDICE DE DIFICULTAD

PRUEBA INICIAL		NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO							
		1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19
		a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a
índice de dificultad	P	0,46	0,26	0,63	0,43	0,32	0,74	0,48	0,66	0,32	0,24	0,11	0,21	0,39	0,34	0,06	0,22	0,30	0,35	0,20	0,82	0,21	0,04	0,94	0,11	0,13
		M	M	M	M	M	M	M	M	M	MD	MD	MD	M	M	MD	MD	M	M	MD	MF	MD	D	MF	MD	MD

CLASIFICACIÓN	Nº	%
D	1	4
MD	9	36
M	13	52
MF	2	8
F	0	0
TOTAL	25	100

CLASIFICACIÓN REACTIVOS		
D	10%	$p < 0.3$
MD	22,2%	$p = 0.31 - 0.50$
M	42%	$p = 0.51 - 0.70$
MF	24,2%	$p = 0.71 - 0.90$
F	2%	$p > 0.80$

DIFICULTAD		
D	0.00 – 0.05	Difícil
MD	0.06 – 0.25	Medianamente difícil
M	0.26 – 0.75	Media
MF	0.76 – 0.95	Medianamente fácil
F	0.96 – 1.00	Fácil

D: INDICE DE DISCRIMINACIÓN

		NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO								
		1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19	
		a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a	
índice de discriminación	D:	13	6	15	10	9	19	12	17	10	5	3	5	13	6	1	6	6	12	4	18	6	1	19	4	5	GA-27%
		7	3	6	8	4	9	5	7	3	3	3	3	2	3	0	2	2	3	3	12	2	0	13	1	0	GB-27%
		0,32	0,16	0,47	0,11	0,26	0,53	0,37	0,53	0,37	0,11	0	0,11	0,58	0,16	0,05	0,21	0,21	0,47	0,05	0,32	0,21	0,05	0,32	0,16	0,26	
		B	P	E	P	R	E	B	E	B	P	P	P	E	P	P	R	R	E	P	B	R	P	B	P	R	

72*27%	19,44

CLASIFICACIÓN	Nº	%
E	5	20
B	5	20
R	5	20
P	10	40
PE	0	0
TOTAL	25	100

CLASIFICACIÓN REACTIVOS		
E	37,7%	D ∃ 0.40
B	25,2%	D = 0.30 - 0.39
R	17.7%	D = 0.20 - 0.29
P	18,4%	D = 0 - 0.19
PE	1%	D < 0

PODER DE DISCRIMINACIÓN DE LOS REACTIVOS SEGÚN SU VALOR D			
	D=	CALIDAD	RECOMENDACIONES
E	>0.39	Excelente	Conservar
B	0.30 – 0.39	Buena	Posibilidades de mejorar
R	0.20 – 0.29	Regular	Necesidad de revisar
P	0.00 – 0.20	Pobre	Descartar o revisar a profundidad
PE	< - 0.01	Pésima	Descartar definitivamente

Anexo 6: Resultados Prueba Inicial y Final Grupo Control (601)

RESULTADOS PRUEBA INICIAL 601

	NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO								
	1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19	
	a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a	
1	0	0	1	0	1	0	0			0	0	0	0	1	0	0		0	0	1	1	0	1	0	0	6
2	0	0								0	0	0	0					1	0	1						2
3	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	10
4	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	11
5	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8
6	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	12
7	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0		0	0	0	8
8	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	14
9	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	11
10	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	10
11	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	5
12	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	8
13	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	6
14	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	9
15	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	5
16	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	12
17	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	5
18	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	9
19	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	11
20	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	9
21	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	10
22	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	9
23	1	0	1	0		1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1		0	8
24	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	9
25	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8
26	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	8
27	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	8
28	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	11
29	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	10
30	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	6
31	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	8
32	0		1	1	0	1	1	1	0		0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	8
33	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	12
34	1		1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	11
35	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	14
36	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	13
1	16	8	23	15	9	26	16	24	12	10	5	5	12	15	2	7	12	13	7	32	11	2	33	4	5	
0	20	26	12	20	25	9	19	10	22	25	31	31	24	20	33	28	22	23	29	4	24	32	2	30	30	
Blanco	0	2	1	1	2	1	1	2	2	1	0	0	0	1	1	1	2	0	0	0	1	2	1	2	1	
	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	

PRUEBA INICIAL		NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO							
		1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19
		a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a
índice de dificultad	P	0,44	0,24	0,66	0,43	0,26	0,74	0,46	0,71	0,35	0,29	0,14	0,14	0,33	0,43	0,06	0,20	0,35	0,36	0,19	0,89	0,31	0,06	0,94	0,12	0,14
		M	MD	M	M	M	M	M	M	M	M	MD	MD	M	M	MD	MD	M	M	MD	MF	M	MD	MF	MD	MD

PRUEBA INICIAL 601-GC		
CLASIFICACIÓN	Nº	%
D	0	0
MD	9	36
M	14	56
MF	2	8
F	0	0
TOTAL	25	100

RESULTADOS PRUEBA FINAL 601

	NUMÉRICO										GEOMÉTRICO										ALEATORIO										
	1	2	10	15	16	17	22	24	25	26	3	5	6	9	14	20	21	23	27	28	4	7	8	11	12	13	18	19	29	30	
	a	c	d	c	d	b	d	b	d	c	b	c	d	b	b	c	b	a	b	d	d	a	d	c	b	d	b	a	a	d	
1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	12
2	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0		1	0	8
3	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	12
4	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	11
5	0	0	0	0	0	1					0	0	0	0	1						1	1	1	0	0	1	0	0			6
6	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	13
7	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1		1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	11
8	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	11
9	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	15
10	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1		0		1	0	0	1	0	0	0	1	9
11	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	7
12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	9
13	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	8
14	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	7
15	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	9
16	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1		1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	16
17	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	10
18	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	11
19	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	11
20	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	9
21	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	8
22	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	9
23	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	14
24	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	8
25	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0			11
26	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	8
27	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0		0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	11
28	0	0		1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1		0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	10
29	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1		14
30	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	7
31	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	10
32	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1		0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	9
33	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	13
34	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	11
35	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	12
36	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0		15
1	19	6	26	15	9	27	16	26	7	6	11	1	8	15	13	1	13	9	16	6	18	13	32	15	0	33	6	8	8	10	
0	17	30	9	21	27	9	19	9	28	29	25	35	28	21	23	34	22	26	19	23	18	22	4	21	36	3	30	27	26	22	
Blanco	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	7	0	1	0	0	0	0	0	1	2	4	
	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	

PRUEBA FINAL		NUMÉRICO										GEOMÉTRICO										ALEATORIO									
		1	2	10	15	16	17	22	24	25	26	3	5	6	9	14	20	21	23	27	28	4	7	8	11	12	13	18	19	29	30
		a	c	d	c	d	b	d	b	d	c	b	c	d	b	b	c	b	a	b	d	d	a	d	c	b	d	b	a	a	d
índice de dificultad	P:	0,53	0,17	0,74	0,42	0,25	0,75	0,46	0,74	0,20	0,17	0,31	0,03	0,22	0,42	0,36	0,03	0,37	0,26	0,46	0,21	0,50	0,37	0,89	0,42	0,00	0,92	0,17	0,23	0,24	0,31
		M	MD	M	M	M	MF	M	M	MD	MD	M	D	MD	M	M	D	M	M	M	MD	M	M	MF	M	D	MF	MD	MD	MD	M

PRUEBA FINAL

CLASIFICACIÓN	Nº	%
D	3	10
MD	8	32
M	16	64
MF	3	12
F	0	0
TOTAL	30	118

Anexo 7: Resultados Prueba Inicial y Final Grupo Control (603)

RESULTADOS PRUEBA INICIAL 603

	NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO								
	1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19	
	a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a	
1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0			0	0	1			8
2	1	0	1	1	1	1	1	1		0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	11
3					1	1	1	1		0	0		1	0	0				0	1	0		1	0	0	7
4	0	1	0							0	0	0	0					0	0	0	0					1
5	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	7
6	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	10
7	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1		0	9
8	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8
9	0		0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	9
10	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	7
11	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	11
12	0		1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	10
13	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	5
14	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	13
15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	6
16	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	9
17	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	9
18	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	12
19	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5
20	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0		0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	8
21	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	10
22	1		0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3
23	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	11
24	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	7
25	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	9
26	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	9
27	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8
28	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	9
29	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	8
30	0	0	0	0		1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	5
31	1	1	1	0	1	0	1			0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	8
32	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	8
33	0	0	0	0	0	1	1			0	0	1	1	0	1	0		0	1	1	0	0	1	0	0	8
34	1		1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	15
35	1	0	1		0	1		0	1	0	0	0	1	0	0	0		1	0	1	0	0	1		0	8
36	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	8
1	17	9	21	14	13	26	17	20	9	7	3	10	16	9	2	8	8	12	7	26	4	1	33	3	4	
0	18	22	14	19	21	9	17	13	22	29	33	24	20	26	33	26	24	23	28	9	32	33	2	29	30	
Blanco	1	5	1	3	2	1	2	3	5	0	0	2	0	1	1	2	4	1	1	1	0	2	1	4	2	
	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	

		NUMÉRICO									GEOMÉTRICO								ALEATORIO							
		1	2	10	15	16	17	22	24	25	3	5	6	9	14	20	21	23	4	7	8	11	12	13	18	19
		a	c	d	c	d	b	d	b	d	b	c	d	b	b	c	b	a	d	a	d	c	b	d	b	a
índice de dificultad	P	0,49	0,29	0,60	0,42	0,38	0,74	0,50	0,61	0,29	0,19	0,08	0,29	0,44	0,26	0,06	0,24	0,25	0,34	0,20	0,74	0,11	0,03	0,94	0,09	0,12
		M	M	M	M	M	M	M	M	M	MD	MD	M	M	M	MD	MD	M	M	MD	M	MD	D	MF	MD	MD

PRUEBA INICIAL 603-GE		
CLASIFICACIÓN	Nº	%
D	1	4
MD	8	32
M	15	60
MF	1	4
F	0	0
TOTAL	25	100

RESULTADOS PRUEBA FINAL 603

	NUMÉRICO										GEOMÉTRICO										ALEATORIO										
	1	2	10	15	16	17	22	24	25	26	3	5	6	9	14	20	21	23	27	28	4	7	8	11	12	13	18	19	29	30	
	a	c	d	c	d	b	d	b	d	c	b	c	d	b	b	c	b	a	b	d	d	a	d	c	b	d	b	a	a	d	
1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	13
2	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	23
3	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	15
4	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	14
5	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	11
6	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	20
7	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	16
8	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	13
9	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	18
10	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	19
11	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	15
12	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	16
13	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	16
14	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	20
15	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	13
16	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	17
17	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	16
18	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	16
19	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	13
20	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	15
21	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	17
22	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	10
23	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	16
24	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	17
25	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	18
26	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	10
27	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	14
28	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	16
29	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	20
30	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	14
31	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	17
32	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	14
33	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	15
34	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	21
35	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0			1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	13
36	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	17
1	24	19	26	27	25	33	22	25	19	18	13	20	12	26	14	17	16	18	16	16	21	18	33	16	11	34	15	14	18	12	
0	12	17	10	9	11	3	14	11	17	18	23	16	24	10	22	19	20	18	19	19	15	18	3	20	25	2	21	22	18	24	
Blanco	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	

		NUMÉRICO										GEOMÉTRICO										ALEATORIO									
		1	2	10	15	16	17	22	24	25	26	3	5	6	9	14	20	21	23	27	28	4	7	8	11	12	13	18	19	29	30
		a	c	d	c	d	b	d	b	d	c	b	c	d	b	b	c	b	a	b	d	d	a	d	c	b	d	b	a	a	d
índice de dificultad	P	0,67	0,53	0,72	0,75	0,69	0,92	0,61	0,69	0,53	0,50	0,36	0,56	0,33	0,72	0,39	0,47	0,44	0,50	0,46	0,46	0,58	0,50	0,92	0,44	0,31	0,94	0,42	0,39	0,50	0,33
		M	M	M	MF	M	MF	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	MF	M	M	MF	M	M	M	M

PRUEBA FINAL 603-GE		
CLASIFICACIÓN	Nº	%
D	0	0
MD	0	0
M	26	87
MF	4	13
F	0	0
TOTAL	30	100

Anexo 8: Carta de autorización del profesor Carlos Zuluaga

COLOMBIA APRENDIENDO
PROYECTO MATEMÁTICA RECREATIVA
1997 - 2012

Bogotá, 22 de mayo de 2012

AUTORIZACIÓN PARA UTILIZAR LOS SIGUIENTES MATERIALES DEL PROYECTO MATEMÁTICA RECREATIVA DE COLOMBIA APRENDIENDO

Yo, CARLOS ARTURO ZULUAGA RAMÍREZ, identificado con C.C. 19.110.190 de Bogotá y actuando como Director de Colombia Aprendiendo, Proyecto Matemática Recreativa, autorizo a KATTERINE BECERRA, Licenciada en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional y Docente de la I.E.D. ALEXANDER FLEMING para las siguientes acciones:

1. Publicar la imagen del calendario matemático de primer nivel que aparece en su página web, puesto que la uso como ejemplo para mostrar cómo es el calendario matemático y, específicamente, de primer nivel debido a que es el que le compete al estudio que estoy haciendo.

2. Utilizar problemas del calendario matemático de primer nivel (Junio, Julio, Agosto y Septiembre de 2011) para la prueba de entrada y salida para la investigación que estoy realizando, esta prueba se ejecuta en dos oportunidades: la primera vez para detectar las dificultades frente al planteamiento y resolución de problemas de los estudiantes de grado sexto del Colegio Alexander fleming I.E.D.; y la segunda vez para observar los cambios, si los hay, frente a la resolución de problemas de los estudiantes, esto se hace después de un trabajo con ellos con el calendario matemático. Dicha prueba es de pregunta cerrada con cuatro opciones de respuesta y una clave que es la correcta.

Atentamente,

CARLOS A. ZULUAGA R.
Director "Colombia Aprendiendo"