



*Serie Investigación*

# ESTUDIOS DE REGIÓN: CRECIMIENTO URBANO, MERCADO LABORAL E INSTITUCIONES

---

Jorge Andrés Domínguez Moreno  
(Editor-compilador)



UNIVERSIDAD  
SERGIO ARBOLEDA

# ESTUDIOS DE REGIÓN: CRECIMIENTO URBANO, MERCADO LABORAL E INSTITUCIONES

Jorge Andrés Domínguez Moreno

Editor-compiler

Rosa Armenta, Hernán Enríquez Sierra, Dania Alonso, Daniel Gómez, Nicolás Rojas Calderón, Natalia Morera, Juan David Barbosa, María Paula Torres, Andrés Camilo Gaitán, Jorge Iván Camargo, Daily Daniela Pacheco, Geraldine Nathalia García, David Palomino Muñoz, Nicolás Cuervo, Juan Pablo Ángel, Diego Alejandro García, Diana Niño Muñoz, Miguel Arquez Abdala

Escuela de Economía, Universidad Sergio Arboleda

Bogotá D. C.

2018



UNIVERSIDAD  
SERGIO ARBOLEDA

Estudios de región: crecimiento económico, mercado laboral e instituciones / editor-compilador Jorge Andrés Domínguez Moreno ; autores Rosa Armenta ... [et al.] – Bogotá: Universidad Sergio Arboleda, 2018.

340 p.

ISBN: 978-958-5511-48-4 (.pdf)

- I. DESARROLLO REGIONAL - BOGOTÁ-CUNDINAMARCA (REGIÓN, COLOMBIA)
2. PLANIFICACIÓN REGIONAL - BOGOTÁ-CUNDINAMARCA (REGIÓN, COLOMBIA)
3. DESARROLLO ECONÓMICO Y SOCIAL - BOGOTÁ-CUNDINAMARCA (REGIÓN, COLOMBIA)
4. MERCADO LABORAL - BOGOTÁ-CUNDINAMARCA (REGIÓN, COLOMBIA) I. Domínguez Moreno, Jorge Andrés, ed. II. Armenta, Rosa III. Enríquez Sierra, Hernán IV. Alonso, Dania V. Gómez, Daniel VI. Rojas Calderón, Nicolás VII. Morera, Natalia VIII. Barbosa, Juan David IX. Torres, María Paula X. Gaitán, Andrés Camilo XI. Camargo, Jorge Iván XII. Pacheco, Daily Daniela XIII. García, Geraldine Nathalia XIV. Palomino Muñoz, David XV. Cuervo, Nicolás XVI. Ángel, Juan Pablo XVII. García, Diego Alejandro XVIII. Niño Muñoz, Diana XIX. Arquez Abdala, Miguel XX. Título

338.98614 ed. 22

## Estudios de región: crecimiento económico, mercado laboral e instituciones

ISBN: 978-958-5511-48-4 (.pdf)

DOI: 10.22518/book/9789585511484

© Escuela de Economía  
**Universidad Sergio Arboleda**

Jorge Andrés Domínguez Moreno  
Rosa Armenta, Hernán Enríquez Sierra,  
Dania Alonso, Daniel Gómez, Nicolás Rojas  
Calderón, Natalia Morera, Juan David Barbosa,  
María Paula Torres, Andrés Camilo Gaitán,  
Jorge Iván Camargo, Daily Daniela Pacheco,  
Geraldine Nathalia García, David Palomino  
Muñoz, Nicolás Cuervo, Juan Pablo Ángel,  
Diego Alejandro García, Diana Niño Muñoz,  
Miguel Arquez Abdala

Este libro tuvo un proceso de arbitraje doble ciego.

Primera Edición, diciembre de 2018

Fondo de Publicaciones de la  
Universidad Sergio Arboleda.

El contenido del libro no representa la opinión  
de la Universidad Sergio Arboleda y es  
responsabilidad del autor.



Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0  
Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Edición:

Deisy Janeth Osorio Gómez  
Dirección de Publicaciones Científicas

Director del Fondo de Publicaciones:  
Jaime Arturo Barahona Caicedo  
jaime.barahona@usa.edu.co

Corrección de estilo:  
Francisco José Tamayo Collins  
Diagramación:  
Myriam Enciso Fonseca

Fotografía de carátula:  
Pixatitute - Dreamstime.com

Calle 74 No. 14-14.  
Teléfono: (571) 325 7500 ext. 2131/2260.  
Bogotá, D.C.  
www.usergioarboleda.edu.co

## **Agradecimiento**

El proceso de publicación de este libro ha sido posible por la labor de Jorge Andrés Domínguez, con la inmensa colaboración de Lina Fernanda Cantor Arias y Luisa Fernanda Rojas Barreto quienes propiciaron lograr unos argumentos más claros, aportaron a la mejora de los gráficos, mapas y tablas para hacerlos más comprensibles a los ojos de los futuros lectores. En general, hicieron que el producto de investigación de cada uno de los autores aparezca como un elemento complementario en la totalidad de esta publicación. Para ellas van dirigidas estas líneas de sincero agradecimiento.



## Contenido

Prefacio.....	13
<i>Alex Smith Araque Solano</i>	

### Capítulo 1

Tendencias recientes en investigación sobre migración laboral.....	23
<i>Rosa María Armenta Vergara</i>	

### Capítulo 2

Migración y amenidades en Cundinamarca.....	57
<i>Daniel Gómez, Dania Alonso, Hernán Enríquez</i>	

### Capítulo 3

Selección positiva o negativa de la migración venezolana en el mercado laboral de Bogotá para el año 2017 .....	93
<i>Nicolás Rojas Calderón, Hernán Enríquez</i>	

### Capítulo 4

Diferenciales de ingreso entre trabajadores rurales y urbanos en Colombia para el año 2016.....	127
<i>Juan David Barbosa, Natalia Morera Ubaque, Hernán Enríquez</i>	

## Capítulo 5

- Diferencias de salarios y distribución del capital humano  
en la región Bogotá - Cundinamarca. 2014.....173  
*María Paula Torres, Andrés Camilo Gaitán,  
Jorge Iván Camargo, Hernán Enríquez*

## Capítulo 6

- Poder de negociación y compensación vía salarios  
de los trabajadores en Bogotá y 20 municipios de Cundinamarca ..... 199  
*Geraldine Nathalia García, Daily Daniela Pacheco,  
Hernán Darío Enríquez*

## Capítulo 7

- Un modelo de redes funcionales de carga para  
la Región Administrativa y Planeación Especial (RAPE) ..... 231  
*David Palomino Muñoz, Hernán Enríquez Sierra*

## Capítulo 8

- La construcción de vivienda en altura en Bogotá  
(2012-2017): determinantes de su importancia y localización ..... 259  
*Juan Pablo Ángel, Diego Alejandro García, Nicolás Cuervo*

## Capítulo 9

- El Nuevo Sistema General de Regalías y su impacto  
en la calidad de vida de los municipios petroleros de Colombia ..... 305  
*Diana Niño-Muñoz, Miguel Arquez-Abdala*

- Autores ..... 341

## Un modelo de redes funcionales de carga para la Región Administrativa y Planeación Especial (RAPE)

*David Palomino Muñoz\**, *Hernán Enríquez Sierra\*\**

### Resumen

El objetivo del este capítulo, es construir una red funcional para la región administrativa y de planeación especial, basándose en los movimientos de transporte terrestre de carga. Para cumplir con este objetivo se utiliza la teoría de redes, que de cierta manera permite aminorar las problemáticas de modelos históricamente estudiados. Se procede a optimizar y jerarquizar la red mediante el método de *Page Rank*. Se encuentra que la red funcional estaría compuesta por 180 municipios de la región, los cuales se distribuyen a lo largo del territorio siguiendo el principio de transporte que propone la teoría *christalleriana*. Se encuentra, además, que la red tiene problemas de conectividad, toda vez que sólo posee el 4% de todas las conexiones posibles.

**Palabras clave:** Teoría de redes, análisis de redes, redes funcionales.

---

\* Matemático Universidad Sergio Arboleda, Grupo de investigación en políticas públicas y economía empresarial, Escuela de Economía, Universidad Sergio Arboleda. Correo electrónico: dpalominomunoz@gmail.com.

\*\* Maestría en Economía, Universidad Nacional de Colombia, Grupo de investigación en políticas públicas y economía empresarial. Escuela de Economía, Universidad Sergio Arboleda. Correo electrónico: hernan.enriquez@usa.edu.co



## Introducción

La Región Administrativa y de Planeación Especial (RAPE) es una región conformada por los departamentos de Boyacá, Cundinamarca, Meta, Tolima y Bogotá. En el contexto nacional, esta región representa cerca del 40% del PIB nacional (DANE, 2017), por lo que se presenta como una alianza prometedora a la hora de mejorar la competitividad y ejecución de proyectos.

Debido a que, en este acuerdo interdepartamental, subyace una red de ciudades en la que existen disparidades, bien sea por el gigantismo de Bogotá que representa el 24.9 % del PIB nacional (DANE, 2017), o bien por condiciones geofísicas que generan fricciones no deseadas en las relaciones intermunicipales, es pertinente analizar la naturaleza de estas relaciones para poder dar sugerencias a fin de aminorar dichas fricciones. Para realizar este análisis, es necesario entonces estudiar los rangos de acción económica dentro de la RAPE, para observar cuáles son los municipios que están fuertemente conectados.

Para el estudio de estos rangos de acción económica se cuenta con el análisis regional el cual, para efectos de este trabajo, se abordará desde dos puntos de vista: el puramente geográfico presente en el trabajo de Christaller (1933) y las aproximaciones neoclásicas de la Nueva Geografía Económica con aportes de autores como Abdel-Rahman y Anas (2003) y Holmes, Fujita, Krugman y Venables (2000). Pese a la existencia de estas aproximaciones, en el ámbito colombiano se dificulta la aplicación de estas herramientas, bien sea por la geografía tan variante (por ejemplo, modelos como el de Christaller asumen un espacio isotrópico) o por las dinámicas institucionales que impiden que se hable de un espacio más allá que el delimitado administrativamente.

Es por ello que resulta pertinente establecer un modelo que represente a Bogotá y los municipios cercanos a su acción productiva, teniendo en cuenta las disparidades de carácter geográfico, económico e institucional. Es aquí cuando surge la posibilidad de implementar la teoría de redes, ya que esta

presenta un enfoque flexible, que permite analizar el comportamiento de la región desde el punto de vista de la dinámica de sus relaciones.

En este capítulo se diseñan redes funcionales que permitan abstraer el sistema regional de la RAPE, integrando el componente de movilidad y la dimensión económica particular de la región, de tal manera que se pueda generar una jerarquización que parta de la naturaleza y la fortaleza de estas relaciones.

Dentro de los primeros trabajos en los que se busca integrar la teoría de redes y la teoría económica, se encuentra el de Nystuen y Dacey (1961), en el cual se realiza una descripción algorítmica para ordenar y agrupar las ciudades por la magnitud y dirección del flujo de los bienes y personas entre ellas. Para alcanzar este objetivo, emplean la teoría de redes, para describir las interacciones entre las ciudades y caracterizar sus flujos, al igual que estudiar sus influencias directas e indirectas con las otras ciudades. La caracterización de los flujos se realiza por medio de índices de cohesión y conectividad. Los autores concluyen que dichas técnicas permiten dividir un conjunto de ciudades en sub grupos relacionados entre sí, por una ciudad central, y entre ellos, por una jerarquía, teniendo en cuenta los flujos subyacentes a la red.

Otra muestra de la aplicabilidad de la teoría de redes en este campo es el trabajo de Monteiro, Robertson y Atkinson (2012), en el que hacen una integración explícita de lo que son la teoría económica y la teoría matemática de redes, al analizar los mercados provistos de redes, desde el punto de vista de la economía y las teorías de evolución y crecimiento de las redes. Concluyendo así, que las características económicas tienden a depender de la sostenibilidad de las redes de transporte. La teoría de redes permite entender la formación, el crecimiento y la evolución de las redes de transporte.

Este capítulo está compuesto por cinco secciones incluyendo la presente introducción. La segunda sección explora lo que significa e implica una red de ciudades desde dos puntos de vista: la primera, es la teoría de Christaller (1933) sobre la interacción entre localizaciones, y la segunda, es

una aproximación neoclásica a partir del trabajo de Anas (2003). La tercera sección aborda el tema de la teoría de grafos y cómo esto se relaciona con el sistema de ciudades previamente descritas. La cuarta sección expone la aproximación metodológica y finalmente se presentan las conclusiones.

## **La red de ciudades**

Para hablar de una red de ciudades resulta pertinente entender la naturaleza de las relaciones y cómo estas relaciones provocan el surgimiento de nuevas ciudades. Pese a que históricamente existen diversas aproximaciones a este problema, para efectos de este capítulo se abordarán dos posturas, una puramente geográfica y la propuesta por la Nueva Geografía Económica, que se describen a continuación.

### *Configuración clásica*

La configuración clásica que se aborda en esta sección, es la referente a la teoría de las localizaciones centrales desarrollada por Christaller (1993), su importancia radica en que esta metodología habilita a las redes de un mecanismo de jerarquización de las localizaciones a partir de la naturaleza de las interacciones entre estas.

Se inicia suponiendo la existencia de una ciudad que posee bienes y servicios para intercambiar. Esta ciudad debe suplir dichos bienes y servicios a una población dispersa en un espacio isotrópico (Capello, 2007). Es decir, se supone que el espacio es homogéneo en toda su extensión haciendo que por cada unidad de espacio recorrido exista una unidad de coste de transporte asociado y proporcional. Debido a que los costes de transporte son una fuerza (la otra son las economías de aglomeración) que está estrechamente relacionada en cómo el espacio se organiza, es pertinente ver el problema de las interacciones entre ciudades en un espacio geográfico dado, de tal manera que se optimicen los costos y se facilite el intercambio con las diferentes localizaciones. Christaller aborda el problema de la interacción entre localizaciones

en un espacio geográfico y explica cómo los productos y servicios provistos por un conjunto de ciudades hacen que este conjunto pase de una organización territorial a una jerarquía urbana. Para realizar esta descripción de manera adecuada, se emplean dos términos de vital importancia: el rango de un servicio y el umbral del mismo.

El rango de un servicio es la distancia máxima que el consumidor está dispuesto a recorrer para adquirir el producto, mientras que el umbral, es la distancia en la que hay población necesaria para que haya una demanda tal que la producción genere ganancias. Debido al supuesto del espacio isotrópico, el umbral para la teoría christalleriana es un área circular cuyo centro es precisamente la ciudad productora de los bienes y servicios a intercambiar, como se muestra en la Figura 7.1.

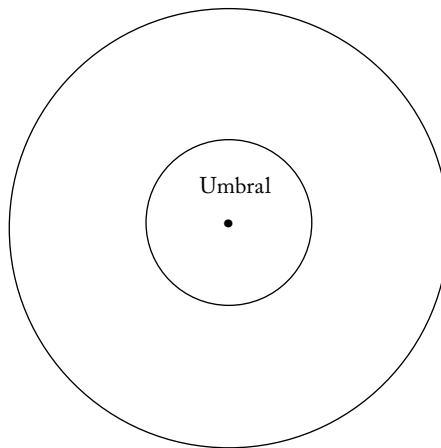


Figura 7.1. Umbral vs. Rango. Elaboración propia con base en *Regional Economics* por R. Capello, 2007.

Debido a que los umbrales del servicio son circulares, el cómo se relacionan las ciudades entre sí, dependerá de la distribución de recursos, existiendo dos posibilidades: recursos homogéneamente distribuidos en el espacio y recursos no distribuidos homogéneamente en el espacio. En el caso de la distribución homogénea en el espacio, cada ciudad será capaz de producir sus propios bienes y servicios por lo que no habrá interacción alguna con las

demás ciudades (ver Figura 7.2). El punto en el que dos umbrales son tangentes, será entonces una zona de indiferencia donde el consumidor obtiene el mismo beneficio de una ciudad u otra.

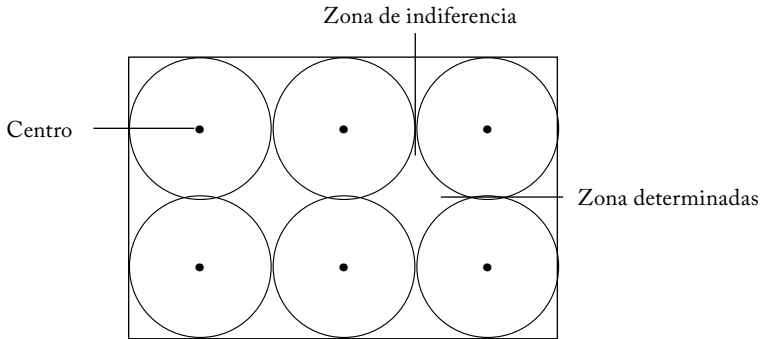


Figura 7.2. Regiones circulares. Elaboración propia con base en *Regional Economics* por R. Capello, 2007.

Ahora bien, si la distribución de los recursos no es homogénea en el espacio se tendrá que no todas las ciudades tienen el mismo umbral presentando intersecciones entre estos y provocando que en las intersecciones el servicio sea sobre-abastecido. En este caso la zona de indiferencia estará dentro de la intersección y será una línea recta tal y como se puede ver en la Figura 7.3. Bajo condiciones de equilibrio (es decir, en el que no haya zonas sobre-atendidas ni zonas sin atender) estas zonas de indiferencia harán que el umbral tome la forma de un hexágono y debido a que la distribución de recursos no es homogénea, puede darse (y eventualmente ocurrirá) que el umbral de cierta ciudad abarque a otras, generando así una jerarquía basada en el área de sustitución de estos (Capello, 2007).

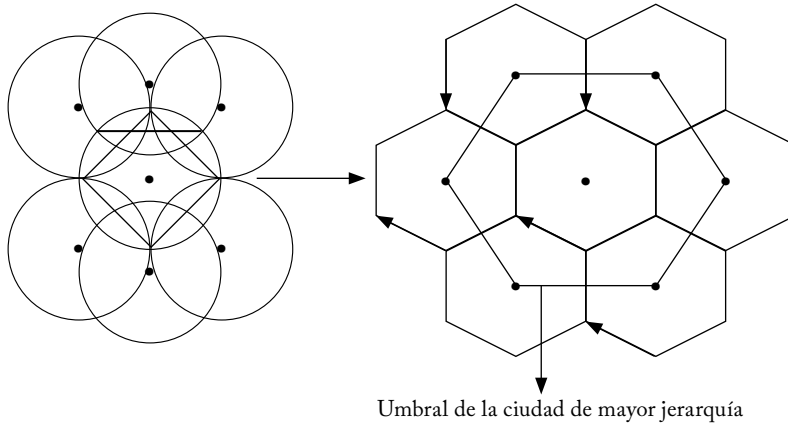


Figura 7.3. Origen de las regiones hexagonales. Elaboración propia con base en *Regional Economics* por R. Capello, 2007.

Además, Christaller (1993) afirma que las interacciones entre estos centros se rigen por dos principios, el principio del mercado y el principio del transporte. En el caso del principio del mercado establece que: si hay  $n$  centros ordenados, entonces cada orden produce servicios de ese orden. Esta diferencia en producción genera una jerarquía en la cual, entre más bajo sea el orden, más centros hay y entre más alto sea el orden, más rango tienen. Respecto al principio de transporte, se establece que la distribución de centros es más favorable cuando hay la mayor cantidad posible de sitios importantes sobre la ruta entre dos localizaciones importantes. Cuando los centros son ubicados siguiendo este principio, los de menor orden son ubicados en los puntos medios de las aristas de los hexágonos.

Pese a que la teoría brinda una descripción del proceso de urbanización, teniendo en cuenta la ubicación de los intercambios y la actividad de servicios, y permitiendo jerarquizar las ciudades dependiendo de estos intercambios, se tienen ciertos problemas a nivel de hipótesis, los cuales son: las áreas de terreno homogéneas son raras; muchas veces el gobierno es el que dicta la ubicación de la industria; los recursos no son distribuidos uniformemente; y no existe la competencia perfecta, toda vez que hay firmas ganando más que

otras. Es por ello que, por medio de esta teoría, no se pueden analizar de manera precisa las interacciones que se pretenden estudiar en esta investigación.

Pese a lo arriba expuesto, el modelo tiene dos conclusiones a nivel macro que son de suma importancia. Primero, por cada centro de orden  $n$  hay  $k$  centros de orden  $n-1$ ; segundo, un centro de orden  $n$  producirá los bienes y servicios de su nivel, además de bienes y servicios de otros niveles inferiores, lo que conlleva a que el tamaño de la ciudad sea un proxy de la función urbana, es decir, que la cadena jerárquica va en orden descendiente, de tal manera que el nivel más bajo es el mínimo posible de aglomeración (Capello, 2007).

Para efectos de este trabajo, el problema del establecimiento de las regiones funcionales para el sistema regional de la RAPE, se abordará desde un punto de vista *christalleriano* ya que: primero, como se puede apreciar en el modelo, todo gira en torno a las interacciones y las jerarquías; segundo, este modelo permite sentar las bases para la implementación de la teoría de grafos la cual, como se expondrá posteriormente, se encarga de estudiar las relaciones y jerarquías de un sistema por medio de un modelo flexible que permite tener en cuenta las disparidades a nivel regional y económico, solventando así (aunque de manera parcial) los problemas de la teoría *christalleriana*.

## Configuración neoclásica

Uno de los principales problemas que afronta la aproximación clásica, radica en que es puramente geográfica y no tiene en cuenta la interacción entre las ciudades. Es por ello que en esta sección se expondrá una visión neo clásica, en la cual se puede explicar cómo surgen las ciudades, cómo interactúan entre ellas y finalmente cómo se configuran los sistemas de ciudades.

Para ver cómo surgen las ciudades, se considera una ciudad inicial  $k$ , de tal manera que los salarios reales para agricultura ( $\omega_k^A$ ) y de manufactura ( $\omega_k^M$ ) son iguales, entonces si se define el potencial de mercado ( $W(r_k)$ ) para la ciudad  $k$  como la relación entre los dos salarios, se tiene que:

$$W(r_k) = \frac{\omega(r_k)^M}{\omega(r_k)^A} = 1 \quad (7.1)$$

Donde  $r$  es el radio del umbral de la ciudad. Esto significa que para cualquier localización por fuera de la ciudad, el potencial de mercado será menor que 1. Es decir, un trabajador no podrá recibir el mismo salario fuera de la ciudad que dentro de esta. Ahora bien, si la población  $N$  crece hacia un punto  $\tilde{N}$ , el radio  $r$  se ampliará a un radio  $f$  por efectos del crecimiento de la ciudad, y se tendría que  $W(r_k) = 1$ . Por tanto, sobre el límite del umbral de la ciudad, habrá un nuevo punto que adquiere atractivo para los empleados ya que produce salarios iguales a los de la ciudad (Holmes et al., 2000). Esto conlleva a que cierto número de firmas se relocalicen causando economías de aglomeración y en este proceso surge una ciudad.

Esta idea de la distribución de acuerdo a los salarios es apoyada por el trabajo de Hadar y Pines (2003) en el que argumentan que la evolución de la población urbana entre las ciudades depende de la función de utilidad y se pueden dar dos condiciones: la vivienda y los productos son sustitutivos o la vivienda y los productos son complementarios.

En el primer caso, si la población es muy pequeña, la tendencia hará que los habitantes busquen otras localizaciones de tal manera que la función de utilidad se maximiza. Si la población es suficientemente grande esta atraerá habitantes. En el segundo caso, si la población es suficientemente pequeña, la localización será un atractivo, mientras que, si la población es suficientemente grande, estos habitantes buscarán otras localizaciones.

Para estudiar la relación económica y de *commuting* entre las ciudades, Anas y Xiong (2003) plantean un sistema de  $n$  ciudades donde: la población es libre de alojarse en cualquier ciudad, estas ciudades producen el mismo conjunto de productos y servicios, cada residente tiene la misma función de utilidad (una función Cobb-Douglas) y cada uno de los residentes consume una unidad de suelo



Asumen también que existen dos bienes de consumo: la manufactura doméstica (denotada por  $x$ ) y la importada (denotada por  $y$ ), de tal manera que la función de utilidad estaría dada por:

$$U = (\alpha^{-\alpha} \beta^{-\beta}) x^{\alpha} y^{\beta}; 1 > \alpha, 0 > \beta, \alpha + \beta = 1 \quad (7.2)$$

Dados los precios  $P_x, P_y$  y una población  $N$ , el nivel de utilidad de la ciudad estaría dada por:

$$U(N) = \gamma P_x^{1-\alpha} P_y^{-\beta} [(1 + (n-1)\tau^{\alpha-1})N]^{\frac{1-u}{\sigma-1}} (1 - kN^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{\sigma-1}} \quad (7.3)$$

Donde  $\tau$  es el coste de transporte tipo *iceberg* ( $0 < \tau < 1$ ),  $0 < u < 1$ ,  $\sigma > 1$ ), y  $\gamma$  está dado por:

$$\gamma = \left(\frac{1-u}{f\sigma}\right)^{\frac{\sigma-u}{\sigma-1}} \left(\frac{uc\sigma}{(1-u)(\sigma-1)}\right)^u \frac{f(\sigma-1)}{c} \quad (7.4)$$

Donde  $f$  es el requerimiento laboral fijo y  $c$  el requerimiento laboral marginal.

De la función de utilidad se puede deducir que a medida que la población  $N$  aumenta,  $U(N)$  también aumenta. Es decir que un individuo prefiere una ciudad donde la función de utilidad sea mayor, causando desplazamiento (esto conlleva a un incremento de  $N$ ); cuando el coste de transporte  $\tau$  disminuye,  $U(N)$  se incrementa. Si hay mayor número de ciudades  $n$ ,  $U(N)$  también crece debido a la externalidad positiva que se genera al incrementar el número de servicios (Anas y Xiong, 2003).

Un reto para las teorías relacionadas con los sistemas de ciudades es la de explicar cómo una distribución específica de tamaños de ciudades surge y cómo estas evolucionan en un mercado libre. Se tiene que estas distribuciones son caracterizadas por una estructura jerárquica (Abdel-Rahman y Anas, 2003).

Las ciudades que están más arriba dentro de la estructura jerárquica, no sólo se caracterizan por ser las de mayor tamaño, sino también, por ser de naturaleza industrial diversificada y ofrecer gran cantidad de servicios. Ahora bien, también se tiene lo contrario, las tendencias muestran que entre más especializada sea la ciudad más pequeña tiende a ser. Las ciudades de gran tamaño tienden a tener una gran fuerza laboral con un espectro de habilidades muy variada mientras que las ciudades más pequeñas, y como se dijo previamente, con tendencia a la especialización, poseen una fuerza laboral mucho más pequeña y con un espectro menor de habilidades.

En esta sección se exploran las dos aproximaciones económicas referentes al sistema de ciudades en las que se justifica este capítulo. Se tendrá una visión *christalleriana* del problema sin descuidar las relaciones presentes entre las ciudades tal y como las describen Holmes et al., (2000), Abdel-Rahman y Anas (2003), Anas y Xiong (2003) y Hadar y Pines (2003). La principal razón para optar por la visión *christalleriana* se basa en el hecho de que en esta subyace una red similar a las descritas en las teorías de grafos permitiendo un análisis cuantitativo.

### **La teoría de grafos y las redes de ciudades**

El principal problema del modelo de *Christaller* es que, pese a ser tan descriptivo en la forma en la que se relacionan las ciudades, no es posible tener resultados cuantitativos. Por otro lado, el problema que tiene la teoría propuesta por la Nueva Geografía Económica (NGE) es que, pese a que el intercambio y los costes de transporte son importantes, no hay bienes intermedios (servicios), consecuencia de esto la teoría no explica cómo la infraestructura vial o de comunicación tienen diferentes impactos en la estructura de la ciudad (Abdel-Rahman y Anas, 2003). Así que, desde el punto de vista clásico, no se pueden cuantificar las relaciones y desde el punto de vista neoclásico no se ve el impacto de la infraestructura en las relaciones. Es por

ello que es pertinente usar la teoría de grafos, la cual cuantifica y analiza las relaciones presentes en las redes subyacentes en estas teorías.

Para poder realizar la analogía entre la red de ciudades y los grafos, es necesario plantear dos supuestos: primero, los municipios son nodos para los cuales no se tendrá en cuenta la estructura interna; segundo, las conexiones existen si hay una relación de carga. La teoría que se expondrá en esta sección facilitará en la penúltima sección la determinación de las redes funcionales. Se tiene que es consecuencia directa del trabajo de Euler, que surge la concepción moderna de un grafo como un objeto matemático (Diestel, 2000). Esta concepción nace a partir de la idea de definir un grafo  $G$  como un conjunto conformado por dos sub conjuntos, uno de puntos (nodos) en el espacio (municipios) y el otro de vínculos (interacciones entre estas ciudades), de la siguiente manera:

$$G = \{V, E\} \tag{7.5}$$

Donde  $V$  es el conjunto de nodos y  $E$  el conjunto de lados. Estos lados se pueden definir como una función  $a$  que toma una pareja ordenada  $(x,y)$  de nodos y las asocia mediante el lado  $a$ , dicho de otra manera, cada lado une dos nodos (Combariza, 2003). Formalmente se tiene:

$$a: V \times V \xrightarrow{\text{yields}} V \tag{7.6}$$

Tal que:

$$(x, y) \in V \times V \xrightarrow{\text{yields}} \{x, y\} = a; a \in E \tag{7.7}$$

Dependiendo de cómo se construyan las relaciones asociadas a los lados, el grafo será un grafo dirigido (*digraph*) si cumple que  $\{x, y\} \neq \{y, x\}$ , en cuyo caso la relación no será siempre simétrica (Harju, 2011), o será un grafo no dirigido si cumple la igualdad  $\{x, y\} = \{y, x\}$  y en este caso se dirá que los nodos son mutuamente adyacentes o, simplemente, adyacentes, tal como se muestra en la Figura 7.4.

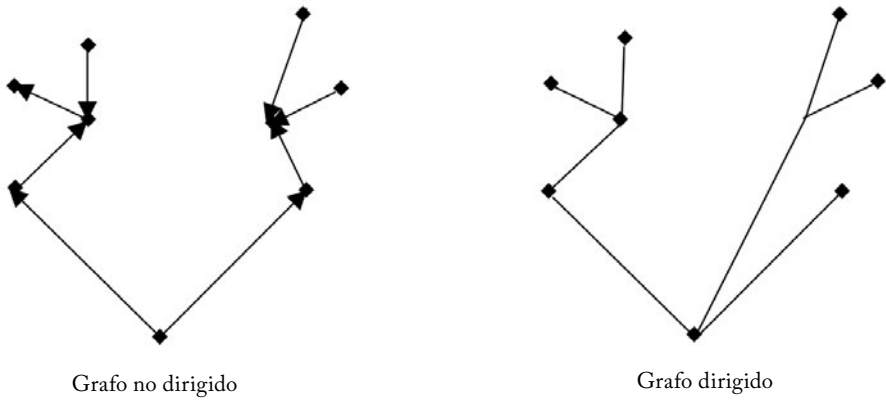
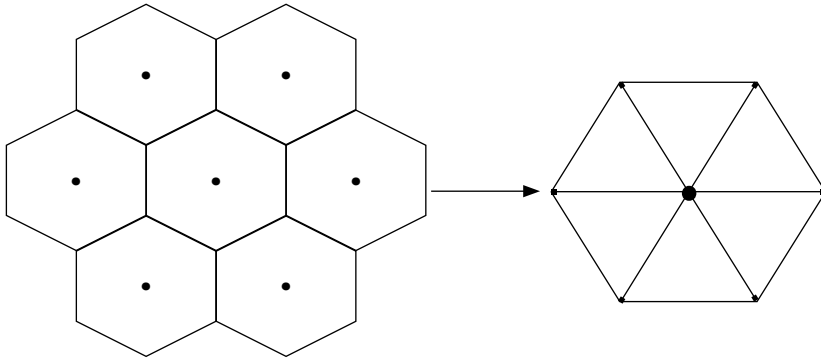


Figura 7.4. Grafo dirigido vs grafo no dirigido. Elaboración propia.

Es conveniente representar los grafos de manera matricial para así poder realizar operaciones pertinentes, entre las representaciones más comunes se encuentra la matriz de adyacencias, la cual es una matriz  $A_{n \times n}$  en la que el elemento  $a_{ij}$ , de acuerdo con Diestel (2000), tiene la siguiente definición

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ está conectado a } j \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (7.8)$$

Esta matriz es análoga a la matriz de contigüidad que se plantea en ejercicios de econometría espacial. La matriz caracteriza vecindades toda vez que las correlaciones espaciales de una variable van a estar condicionadas por los valores de los vecinos próximos (Baronio, Vianco y Rabanal, 2012). Cabe aclarar que el concepto de vecindad no está limitado a aquellos vecinos adyacentes, sino que existen numerosos métodos para establecerla. En el presente caso, como ya se había dicho previamente, las relaciones estarán atadas a la existencia de las relaciones de transporte de carga, como se presenta en la Figura 7.5.



*Figura 7.5. Abstracción de la red a partir de las vecindades. Elaboración propia, con base en *Regional Economics* por R. Capello, 2007.*

En esta sección se revisaron conceptos básicos de la teoría de grafos, los cuales son de gran utilidad a la hora de proponer la red y entender el funcionamiento de los indicadores que se verán en la siguiente sección. Se debe recordar que para establecer la red hay que realizar una abstracción, en la que los municipios serán los nodos (representados por sus centroides) y los lados existirán si y sólo si existe una relación de intercambio entre los nodos (bien sea de mutuo intercambio o solo en una dirección).

### **Aproximación metodológica**

En esta sección se presenta la construcción teórica de las redes funcionales. En una primera instancia, se construyen los índices que darán cuenta de la importancia de cada conexión, posteriormente se presentarán los índices que la teoría de grafos proporciona para el debido análisis de la red. Finalmente, se presentarán las redes obtenidas a partir de la aplicación de lo expuesto en el transcurso de la sección.

Para la extracción de la red subyacente a la región, se empezó por la abstracción previamente realizada en donde los municipios (representados por sus centroides) serán los nodos y los lados serán las relaciones entre estos,

las cuales, para efectos de esta investigación, existirán si hay un intercambio de mercancía entre los municipios (bien sea importación, exportación o el total de movimiento de carga que el municipio presenta). Posterior a esto, es pertinente establecer la fuerza e importancia de dichas conexiones para los diferentes municipios, por lo que se emplean los indicadores de importación y exportación propuestos.

Una vez determinada la estructura de la red, es de suma importancia analizar las características intrínsecas a esta, por lo que se emplean indicadores propios de la teoría de grafos para poder analizar dichas características y dar una visión global del estado de la red. Finalmente, se emplea el método de *Page Rank* para jerarquizar los municipios y ver su dinámica por medio del análisis estadístico de los indicadores.

### Indicadores de importancia de un municipio

Con base en la matriz de origen-destino de carga de Colombia, se procede a calcular los índices. Si  $PE_{ij}$  es el peso de exportación asociado al itinerario  $ij$ , entonces el índice está definido como sigue:

$$PE_{ij} = \frac{QT_{ij}}{\sum_{j \in J} QE_j d_{ij}} \quad (7.9)$$

Donde el numerador corresponde a la cantidad transportada de elementos del municipio  $i$  al municipio  $j$  y el denominador es la suma de todas las cantidades exportadas ponderadas por el flete de la localización  $i$  a la localización  $j$ .

Para el cálculo del peso de importación, si la carga va de la localización  $i$  a la localización  $j$ , se tiene que:

$$PI_{ij} = \frac{QT_{ij}}{\sum_{i \in I} QI_i d_{ij}} \quad (7.10)$$

Finalmente, se propone un indicador de movimiento de carga total, el cual da cuenta del porcentaje de carga que se mueve entre dos localizaciones, con respecto a toda la región. En este caso, se tienen los mismos supuestos de los dos anteriores. Sin embargo, se toma en cuenta para el cálculo, el total de carga por municipio. Por tanto, el indicador queda entonces dado por:

$$PT_{ij} = \frac{QT_{ij}}{\theta} \quad (7.11)$$

Donde  $\theta$  es la suma de todas las cantidades transportadas de todos los itinerarios, ponderada por la distancia entre estos. Estos indicadores se usarán para dar el peso de cada una de las conexiones, lo que será de gran utilidad en el análisis de características y jerarquización de los elementos de la red, toda vez que estos serán los pesos de los lados de la red a la hora de implementar el método e *Page Rank* que se desarrolla más adelante.

### **Dinámica de análisis de una red de ciudades**

La matriz de conexiones expuesta en red de ciudades, permite observar mejor las características intrínsecas a la red. Sin embargo, también existen una serie de índices que describen características de conexión de manera más global, estos índices son: el índice que da cuenta de la complejidad de una red y que da cuenta del porcentaje de conexión.

Si se supone que  $a$  es el número de lados y  $n$  el número de nodos entonces, los índices se definen como sigue (Cardozo, Gómez y Parras, 2009):

$$\mu = \frac{a}{n} \quad (7.12)$$

De este índice se tiene que:

- Si  $0 \leq \mu < 1$  el grafo es inconexo.
- Si  $\mu = 1$  el grafo tiene un único circuito.
- Si  $1 < \mu$  se trata de un grafo complejo.

Se dice que un grafo es complejo, si posee ciertas características a nivel topológico que no posee un grafo simple. Para efectos de este trabajo, las características más importantes que darán evidencia de un grafo complejo es el hecho de tener una posible estructura jerarquizada y un alto coeficiente de agrupamiento, este último queda obviado en la estructura implícita de la red toda vez que los municipios tenderán a agruparse con los otros pertenecientes al mismo departamento.

*Máximo de  $\mu$* : Indica la máxima conexión que podría tener la red:

$$Max\mu = \frac{n(n-1)}{2} \quad (7.13)$$

Porcentaje de conexión actual o índice: es el porcentaje de conexión que presenta el grafo actualmente con respecto a su máximo de conexiones posibles.

$$\gamma = \mu\% = \frac{\alpha}{Max\mu} \quad (7.14)$$

### **Método Page Rank de análisis de influencias**

En su mayoría, todo ha sido definido para relaciones directas. Sin embargo, existe un tipo de relaciones denominadas relaciones indirectas, las cuales nos permiten observar qué tan importante es determinado nodo en la red global,



a partir de la importancia que este tiene para sus vecinos. Una opción para ver este método de jerarquización la expone Díaz (2013) como sigue:

Sea  $D$  la matriz de influencias directas, la idea es construir una matriz  $T$  de influencias indirectas que mida la importancia de cada uno de los nodos en toda la red. Una manera simplificada de resolver este problema, mediante el método *Page Rank* es definiendo primero la matriz  $J$  como sigue:

$$J = D^k \quad (7.15)$$

El autor sugiere que  $k$ , al ser un número natural fijo pequeño, puede ser 4 o 5. Luego de esto, se define el vector  $d$  de dependencias como sigue:

$$d_j = \sum_{i=1}^n J_{ji} \quad (7.16)$$

Luego, la matriz  $T$  estaría dada por:

$$T = \frac{1}{n} \bar{d} \quad (7.17)$$

Donde  $n$  es el número de nodos que tiene la red. Esta matriz dará una serie de valores normalizados, los cuales entre más cercanos estén a 1, más importancia tendrán estos nodos. Debido a que el método evalúa tanto el número de conexiones como con quién está conectado, se tiene que un nodo puede tener una gran importancia, bien sea por estar fuertemente conectado con otros, o porque los nodos con los que está conectado son muy importantes.

## Redes propuestas

En la presente sección se presentarán las redes propuestas, de acuerdo a lo expuesto en la aproximación metodológica. Debido a que las tres redes funcionales que se proponen tienen el mismo número de nodos y conexiones (lo que conlleva a tener las mismas características básicas), se mostrará la red

total. Sin embargo, se hará un análisis comparativo entre las tres con el fin observar cuál es el comportamiento de las municipalidades y qué posibles mejoras se podrían sugerir.

### **Caracterización y estructura de las redes**

Pese a que la red debería consistir de 327 nodos (municipios), a continuación se presenta una depuración en la que se excluyen las conexiones para las cuales el peso es 0, debido a que por definición de red sus conexiones son inexistentes. Consecuencia de ello, se muestra una red compuesta por los 180 municipios más importantes de la RAPE (aproximadamente el 55 % del total) y las respectivas jerarquizaciones de acuerdo al total de carga movilizada, el total de las importaciones por municipio y el total de exportaciones por municipio.

### **Red total**

La red está compuesta de 180 nodos, de los cuales el 39.4% pertenecen al departamento de Cundinamarca, 33.8% pertenecen al departamento de Boyacá, 15% al departamento de Tolima y 11.1% al departamento de Meta. Esta red cuenta con 647 conexiones distribuidas en el espacio. Sin embargo, se puede apreciar que el 36.2% de las conexiones pertenecen a Bogotá mostrando su evidente gigantismo; seguida por Facatativá con el 8.5% de las conexiones y Fusagasugá con el 6.5% de las conexiones. Además, como se puede ver en la Figura 7.6, es de resaltar que en su mayoría los municipios que resultaron parte del grafo están sobre las vías principales o secundarias de la región, validando así el principio de transporte propuesto en la teoría *christalleriana*.

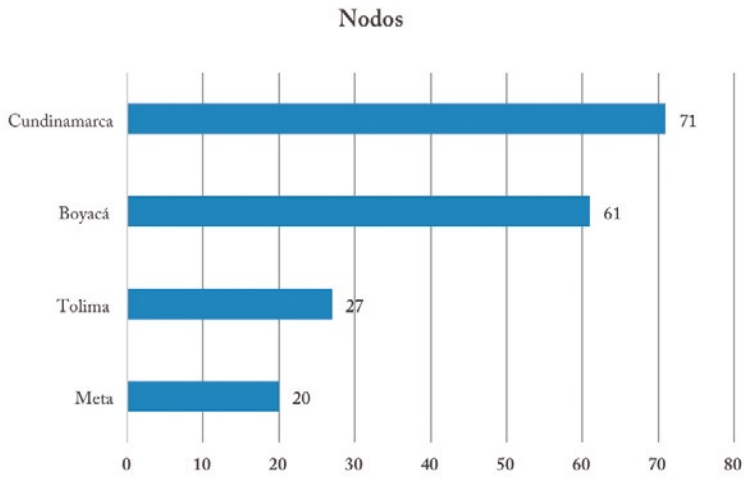


Figura 7.6. Nodos por municipio. Elaboración propia.

Como se muestra en la Figura 7.7, el municipio peor conectado es Arcabuco seguido de Cubará y Firavitoba con aproximadamente el 0.2% del total de las conexiones

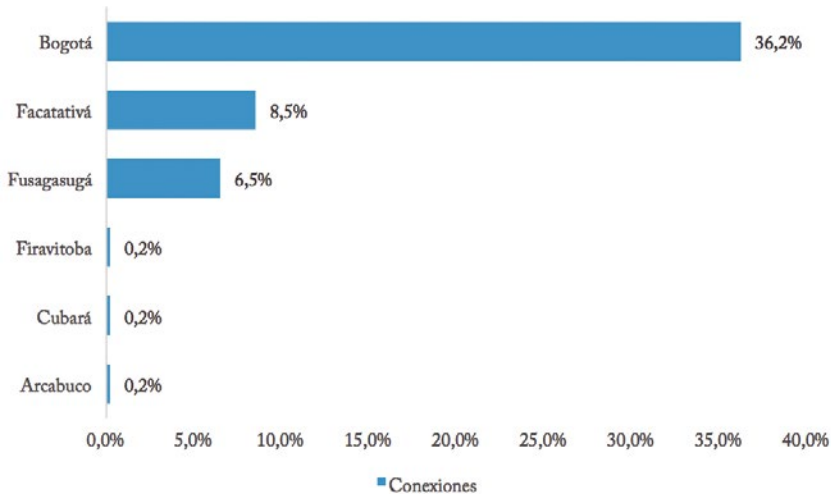


Figura 7.7. Municipios más y menos conectados. Elaboración propia.

En cuanto a las características de la red, al estar constituida por 180 nodos y 647 conexiones, su índice es de aproximadamente 4, lo que lo ubicaría como una red compleja, es decir, tiene una posible estructura jerárquica, haciendo así pertinente la implementación de los métodos previamente vistos. Por otra parte, se tiene que el máximo de conexiones es de 16,110, por la ecuación (7.13) lo que su porcentaje de conexión actual, o índice, es de aproximadamente 4%.

En la Tabla 7.1, se puede apreciar la jerarquización de la red total para los seis municipios con coeficiente de importancia más alto con cinco municipios con coeficiente de importancia más bajo que, como ya se dijo previamente, fueron calculados empleando el método *Page Rank*. Se puede observar que Bogotá lidera el ranking con un coeficiente de 0.1844 el cual es significativamente más alto que el que le sigue (Tocancipá con un coeficiente de 0.0325), lo que evidencia el gigantismo del que se hablaba al inicio del documento. Finalmente se puede ver que municipios como Carmen de Apicalá quedan rezagados con un coeficiente de 0.001, lo que indica que son municipios que pese a tener conexiones importantes, no están dedicados a la producción o comercialización, sino a otro tipo de actividades (ver Anexo 7.1).

Tabla 7.1

*Jerarquización de la red total*

Nombre del municipio	Coficiente
<b>Bogotá</b>	0.1844
<b>Tocancipá</b>	0.0325
<b>Sopó</b>	0.0207
<b>Ubaté</b>	0.0198
<b>Fusagasugá</b>	0.0193
<b>Funza</b>	0.0187
<b>Muzo</b>	0.001
<b>Pauna</b>	0.001
<b>Siachoque</b>	0.001
<b>Sotaquirá</b>	0.001
<b>Carmen de Apicalá</b>	0.001

*Nota:* Elaboración propia.

Ahora bien, ya vista la jerarquía de los municipios con respecto al total de las conexiones, resulta bastante interesante desagregarlo en los índices de importación y exportación, con el fin de observar la dinámica de la red.

## Índice de importación

En la Tabla 7.2 se puede describir los seis municipios con coeficiente de importancia más alto y los seis más rezagados, de acuerdo a la jerarquía dada por los coeficientes del método de *Page Rank* aplicado a la red cuyos pesos son determinados por el índice de importación. Además, en los municipios rezagados como Nobsa, Prado y Somondoco suben en ranking por lo que se puede presumir que sus actividades principales están fuertemente relacionadas con la importación de materias primas y/o productos. Ahora bien, al igual que en el índice total, los seis municipios mejor posicionados (con un coeficiente más alto), permanecen en las mismas posiciones (encabezados por Bogotá con un coeficiente de 0.1844).

Tabla 7.2

*Jerarquía del índice de importación*

Municipio	Coficiente
<b>Bogotá</b>	0.1844
<b>Tocancipá</b>	0.0325
<b>Sopó</b>	0.0207
<b>Ubaté</b>	0.0198
<b>Fusagasugá</b>	0.0193
<b>Funza</b>	0.0187
<b>Nobsa</b>	0.0012
<b>Prado</b>	0.0012
<b>Siachoque</b>	0.0012
<b>Somondoco</b>	0.0012
<b>Tinjacá</b>	0.0012
<b>Carmen de Apicalá</b>	0.0012

*Nota:* Elaboración propia.

## Índice de exportación

En la Tabla 7.3 se pueden ver los seis municipios más importantes y los seis menos importantes, de acuerdo al coeficiente calculado mediante el método de *Page Rank* sobre la red, cuyos pesos fueron calculados usando el índice de exportación. Es de notar que en este caso, Ubaté está por encima de Sopó, lo que puede indicar que el primer municipio prioriza la producción y distribución de bienes; también es de destacar que Carmen de Apicalá ya no figura como el municipio más rezagado, Pauna y Sotaquirá aparecen de nuevo en la Tabla 7.3 (comparando con la red total) como municipios muy rezagados, por lo que se puede suponer que pese a tener interacción comercial con otros municipios no se dedican a suplir de bienes. También es de notar que, pese a que Bogotá sigue siendo el primero, su índice ha aumentado de 0.1844 a 0.1914 lo que muestra que tiende a exportar más. Esto lo predice la teoría *christalleriana* al decir que las ciudades de mayor jerarquía tienden a producir bienes y servicios de mayor nivel que deben ser suplidos a los de jerarquías más bajas.

Tabla 7.3

*Jerarquía del índice de exportaciones*

Municipio	Coeficiente
<b>Bogotá</b>	0.1914
<b>Tocancipá</b>	0.037
<b>Ubaté</b>	0.022
<b>Sopó</b>	0.021
<b>Fusagasugá</b>	0.021
<b>Sogamoso</b>	0.02
<b>Firavitoba</b>	0.0008
<b>Muzo</b>	0.0008
<b>Pauna</b>	0.0008
<b>Sotaquirá</b>	0.0008
<b>Vianí</b>	0.0008
<b>Medina</b>	0.0008

*Nota:* Elaboración propia.

## Conclusiones

En este trabajo se elaboró una metodología para el establecimiento de regiones funcionales empleando la teoría de grafos, esto permitió hasta cierto punto, trascender los impedimentos teóricos que se presentan en propuestas como la de localizaciones centrales de Christaller (introduciendo un componente cuantitativo) o de la Nueva Geografía Económica (introduciendo las estructuras subyacentes a la red). Además de esto, se estableció una región funcional para la Región Administrativa y de Planeación Especial, usando las matrices de origen-destino para Colombia. La importancia de este ejercicio recae en el hecho de conocer la dinámica que tiene la región con el fin de elaborar políticas públicas mucho más acertadas y concordar con lo que se observó empíricamente, para así lograr una disminución de las disparidades regionales.

Como se expuso en la última sección, redes propuestas, se trabajó con una red compleja, es decir, en donde se evidencia una posible estructura jerárquica a partir del índice  $\mu$  que fue igual a 4. Se puede observar que la red tiene un porcentaje del 4% aproximado de conectividad, por lo que sería prudente considerar que la región tiene una deficiencia en la conectividad. Es por ello, que los municipios de la región funcional están ubicados exclusivamente sobre las vías principales.

Pese a que los índices hacen énfasis en la carga, el método de *Page Rank* enfatiza en la cantidad y el peso de las conexiones, se tiene que el déficit de conexiones afecta de manera importante la jerarquización de los municipios, por lo que una medida por la que se podría optar si se quiere mejorar en este ranking implicaría establecer políticas que prioricen las mejoras en infraestructura vial o en su defecto, políticas que den la misma prioridad a la mejora de infraestructura y la eficiencia de la producción. Lo previamente dicho es soportado por Monteiro et al. (2012), ya que concluyen que las características económicas tienden a depender de la sostenibilidad de las redes de transporte.

La dinámica de conformación de la red gira entorno a las vías principales. Esto puede ser evidencia de la consistencia del modelo, toda vez que este hecho es predicho por la teoría *christalleriana*, en el momento en el que establece que los centros estarán regidos por el principio del transporte, es decir que están distribuidos de manera favorable sobre rutas que se entre localizaciones importantes.

## Referencias

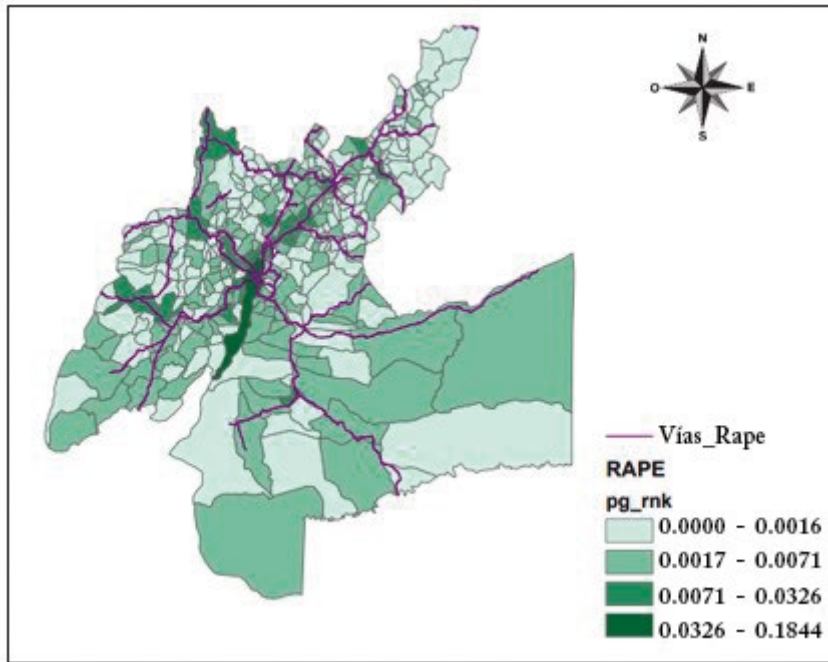
- Abdel-Rahman, H., y Anas, A. (2003). Theories of system of cities. *Handbook of Regional and Urban Economics*, 4, 2293-2339. doi: 10.1016/S1574-0080(04)80009-9
- Anas, A., y Xiong, K. (2003). Intercity trade and the industrial diversification of cities. *Journal of Urban Economics*, 54(2), 258-276. doi: 10.1016/S0094-1190(03)00073-1
- Baronio, A., Vianco, A., y Rabanal, C. (2012). Una Introducción a La Econometría Espacial. Cátedra de Econometría. Recuperado de <http://www.econometricos.com.ar/wp-content/uploads/2012/11/Espacial.pdf>
- Capello, R. (2007). *Regional Economics*. Londres: Routledge
- Cardozo, O. D., Gómez, E. L., y Parras, M. A. (2009). Teoría de grafos y sistemas de información geográfica aplicados al transporte público de pasajeros en resistencia (Argentina). *Revista Transporte y Territorio*, (1), 89-111. doi: 10.34096/2Frntt.i1.223
- Christaller, W. (1966). *Central Places in Southern Germany*. (Carlisle W. Baskin, trad.). Nueva Jersey: Prentice Hall. (Traducción del texto original “Die Zentralen Orte in Suddeutschland” publicado en 1933).



- Combariza, G. (2003). Una introducción a la teoría de Grafos. En C. J. Luque (Ed.), *Memorias XIV Encuentro de Geometría y II encuentro de Aritmética* (pp. 565-591). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/6102/1/CombarizaUnaintroducci%C3%B3nGeometr%C3%ADa2003.pdf>
- DANE (2017). Boletín Técnico Cuentas Departamentales - PIB (2014 – 2015p). Recuperado de [https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/pib/departamentales/B\\_2005/Bol\\_dpital\\_2015provisional.pdf](https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/pib/departamentales/B_2005/Bol_dpital_2015provisional.pdf)
- Díaz, R. (2013). Indirect influences. *Advanced Studies in Contemporary Mathematics*, 23(1), 29-41.
- Diestel, R. (2000). *Graph Theory. Graduate Texts in Mathematics*. New York: Springer-Verlag.
- Hadar, Y., y Pines, D. (2003). Population Growth and Its Distribution Between Cities: Positive and Normative Aspects. *Regional Science and Urban Economics*, 34(2), 125-154. doi: 10.1016/S0166-0462(03)00044-9
- Holmes, T. J., Fujita, M., Krugman, P., y Venables, A. J. (2000). *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*. Londres: The MIT Press. doi: 10.2307/1061487
- Monteiro, J., Robertson, G., y Atkinson, B. (2012). Networks in transportation - Theory. Recuperado de <http://ctrf.ca/wp-content/uploads/2014/07/33MonteiroRobertsonAtkinsonNETWORKSINTRANSPORTATIONTHEORY.pdf>
- Nystuen, J. D., y Dacey, M. F. (1961). A graph theory interpretation of nodal regions. *Papers of the Regional Science Association*, 7(1), 29-42. doi: 10.1007/BF01969070

### Anexo 7.1

## Mapa de Grafos



*Nota:* Mapa elaborado con el programa Arcgis 10.4. Elaboración propia.

